14 Essays in Science and Philosophy (1947)

Romain Büchi

Kurz vor Whiteheads Ableben erscheint 1947 die erste Ausgabe der *Essays in Science and Philosophy* in den Vereinigten Staaten. Eine inhaltlich nahezu identische Ausgabe wird ein Jahr darauf in Großbritannien herausgegeben (vgl. Lowe 1962, 14). Auf vier Abschnitte verteilt sind darin dreiundzwanzig Texte versammelt, deren Erstveröffentlichung zwischen 1910 und 1941 in diversen Zeitschriften, darunter *Atlantic Monthly*, *Mind* und *Philosophical Review*, in der *Encyclopedia Britannica* oder auch in Sammelbänden erfolgt war (ESP, 343–344). Den beiden im Titel der Sammelausgabe genannten Disziplinen – Philosophie und *science*, d. h. hier Mathematik und Physik – entsprechen die Teile II und IV, die zusammen etwa die Hälfte der Texte umfassen. Teil I dagegen enthält vorwiegend autobiographisches Material, während Teil III Erziehung und (Aus-)Bildung gewidmet ist. Nach welchen Kriterien und durch wen die Auswahl der Texte vorgenommen wurde, ist unklar (Grattan-Guinness 2002, 462). Eine kurz nach Ende des Zweiten Weltkriegs beigefügte Anmerkung zu einem der Aufsätze deutet auf die Beteiligung Whiteheads hin (ESP, 53). Andererseits erscheint der wichtige Aufsatz „Indication, Classes, Numbers, Validation" von 1934 mit den zahlreichen, die Lektüre stark beeinträchtigenden Fehlern der Erstveröffentlichung, unter gänzlicher Auslassung der von Whitehead nachgeschickten Corrigenda (Grattan-Guinness 2002, 455 & 462). Gesamthaft betrachtet ist weder ein umfassender inhaltlicher noch ein relevanter formaler Zusammenhang erkennbar. Selbst die alleinige Autorschaft Whiteheads ist nicht überall gegeben. Bei dem enzyklopädischen (Teil-)Eintrag über nichteuklidische Geometrie war Bertrand Russell der Autor einer ersten Fassung, die Whiteheads anschließender Überarbeitung zugrunde lag (ESP, 312; Grattan-Guinness 2000, 413).

Teil I umfasst neben autobiographischen Aufzeichnungen und autobiographisch gefärbten Essays auch einen wenige Wochen vor Ausbruch des Zweiten Weltkriegs verfassten politischen Kommentar, „An Appeal to Sanity", der umsichtig mögliche Gründe für ein militärisches Eingreifen Englands und Frankreichs gegen die zerstörerischen Folgen eines neuerlichen Weltkriegs abwägt. Abgesehen von letzterem sind die Texte geprägt durch das Bestreben, Episoden aus dem eigenen Leben in einen breiten Zusammenhang einzuweben, worin nicht nur historische und politische, sondern auch soziologische und geographische Umstände Berücksichtigung finden. Wiederkehrend kommt denn auch das grundsätzliche Problem zur Sprache, eine durch individuelle Lebensumstände unweigerlich beschränkte Perspektive mit dem allgemeinen Bild einer gan-

R. Büchi (✉)
Universität Genf, Genf, Schweiz

T. Röck, M. Schramm (Hrsg.), *Whitehead-Handbuch*, https://doi.org/10.1007/978-3-476-06012-9_14

zen Epoche zu versöhnen: „We think in generalities, but we live in detail" (ESP, 29). Deshalb dürfen wir, um der Vergangenheit Leben einzuhauchen, nicht allein in Allgemeinheiten über sie denken. Wir müssen sie auch in ihren Details erkennen. Und dort, wo sie dafür zu weit zurückliegt, sollten wir nicht davor zurückschrecken, sie gleichsam durch die Brille der selbst erlebten Gegenwart zu betrachten, sie uns eigentlich anzueignen (ESP, 35). Gewissermaßen sieht sich also die Philosophie in ihrem Bestreben einem verwandten Problem gegenüber: „Philosophy is an attempt to express the infinity of the universe in terms of the limitations of language" (ESP, 14).

Der Philosophie werden die sechs in Teil II versammelten Schriften zugeordnet, wenngleich der eine oder andere Beitrag in den darauffolgenden Teilen diesen Titel ebenfalls für sich beanspruchen könnte. Der älteste Text in Teil II ist Whiteheads Ansprache von 1922 an die Aristotelian Society. Sein Titel, „Uniformity and Contingency", fehlt im Inhaltsverzeichnis der amerikanischen Ausgabe von 1947, nicht aber in dem der britischen. Die Ansprache stelle, wie Jonathan Lowe meint, Whiteheads wichtigste Erörterung von Humes Skeptizismus in den Londoner Jahren dar und sei ohnehin ein vernachlässigter Klassiker auf dem Gebiet (Lowe 1990, 128). Whitehead geht darin der Frage nach, ob isolierte Ausschnitte unserer Erfahrung einen charakteristischen Zug an sich tragen, der es erlaubt, auf das Vorhandensein desselben Zugs an anderen, daran angrenzenden Ausschnitten zu schließen, wodurch wir dann berechtigt wären, eine systematische Gleichförmigkeit über alle Entitäten eines Typs – insbesondere die Gleichförmigkeit raumzeitlicher Strukturen in der Natur – anzunehmen (ESP, 132). *Contra* Hume, aber auch *contra* Russell (ESP, 143), weist er im letzten Teil der Diskussion die Richtung, die eine bejahende Antwort auf die Frage seiner Ansicht nach einzuschlagen hätte (ESP, 144–148). Neben Betrachtungen eines skeptischen Traumarguments im Lichte der Relativitätstheorie (ESP, 135–138) ist auch die in Erwägung gezogene Möglichkeit einer raumzeitlosen Mathematik zu erwähnen, worin selbst noch die Wissenschaft der reinen Geometrie ihren Platz fände (ESP, 134; vgl. 245). Wiederholte Verweise auf *The Principles of Relativity* und *The Concept of Nature* zeigen an, in welchem Kontext die Ansprache zu lesen ist. Lowe meint auch einen Bezug zu den *Gifford Lectures* zu erkennen, aus denen schließlich *Process and Reality* hervorging (Lowe 1990, 129).

Mit dem Titel „Process and Reality" ist auch eine kurze Ansprache überschrieben, die 1932 anlässlich eines Symposiums zu Whiteheads siebzigstem Geburtstag erfolgte und entsprechend von autobiographischen Bezügen durchzogen ist. Von dem gleichnamigen Buch wird darin gesagt, es könne beinahe insgesamt als Versuch gelesen werden, die Analyse des Vergehens auf dieselbe Stufe zu bringen, auf der sich Aristoteles' Analyse des Werdens bewegt (ESP, 117). Auf wenigen Seiten wird auf viele Philosophen, Logiker und Mathematiker verwiesen, die Whiteheads Denken beeinflusst haben, darunter John E. McTaggart (und durch ihn Hegel), Francis H. Bradley, Henri Bergson, freilich Platon und Aristoteles, aber auch Hermann Graßmann, William Hamilton, George Boole und schließlich Leibniz. Nicht erwähnt ist John Dewey, dem dafür der Eintrag „John Dewey and His Influence" gewidmet ist, den Whitehead für die von Paul A. Schilpp herausgegebene *Library of Living Philosophers* erstellte.

Ebenfalls in die *Library of Living Philosophers* – allerdings nicht in den Band zu Dewey, sondern in jenen zu Whitehead selbst – gelangten mit „Mathematics and the Good" und „Immortality" die zwei letzten veröffentlichten Vorlesungen Whiteheads, und zwar anstelle der sonst für Schilpps Bände üblichen Stellungnahmen zu den Beiträgen der geladenen Gastautoren (Schilpp 1941, xv–xvi). Die erste der beiden Vorlesungen untersucht die Verbindung der modernen Mathematik mit der Idee des Guten und beginnt bei der Feststellung, dass auf den Höhepunkt der vorangegangenen Wissenschaftsepoche um 1880 eine tiefgreifende Revolution des wissenschaftlichen Denkens folgte, die in der Geschichte der Menschheit ihresgleichen sucht (ESP, 98–99). Als Erstes hat Whitehead hier die Umwälzungen auf dem Gebiet der Geometrie im Blick, die – was die theoretische Seite betrifft – mit dem Entwurf von zunächst fantastisch anmutenden Variationen des euklidischen Paradigmas allerdings schon deutlich früher eingesetzt hatten. Erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts zeigte sich dann die zentrale Bedeutung dieser alternativen Geometrien für die Formulierung moderner physikalischer Erkenntnisse (ESP, 101; vgl. 295–311). Um 1870 jedoch, als Whiteheads intellektuelles Leben seinen Anlauf nahm, hegten die meisten Mathematiker, selbst eminente, noch den sich bald als Irrtum erweisenden Glauben, es gebe nur eine kohärente Analyse des Raumes und diese habe Euklid mit seinen Axiomen im Wesentlichen geliefert (ESP, 100).

Auch die Grundlagen der Arithmetik, obschon auf ihrem Gebiet immer wieder kleine, seltsame Widersprüche aufgetreten waren, hielt man für beständig und sicher, bis spätestens mit Russells Antinomie von der Menge aller sich selbst enthaltenden Mengen das große Beben folgte (ESP, 102). Russells Typentheorie habe sich dabei zwar als ‚rule of safety' bewährt, zugleich aber auch als Unsinn entpuppt. Die einst für unerschütterlich gehaltene Arithmetik warte daher noch immer wankend auf ihre letzte Analyse, d. h. auf eine klare Einsicht in das Verhältnis der verschiedenen Typen von Mannigfaltigkeiten zur Unendlichkeit der Dinge (ESP, 103). Während in „Indication, Classes, Numbers, Validation" noch Hoffnung auf eine stabile Grundlage zu bestehen scheint (ESP, 331), ist dieses Wanken gemäß dem späten Whitehead kein vorübergehender Zustand. Es fügt sich vielmehr nahtlos ein in die Lehre von der wesentlichen Bezogenheit aller Dinge (ESP, 106: „the essential relatedness of all things"). Selbst in der Arithmetik könne man sich, wie es Whitehead formuliert, von dem unbewussten Bezug auf das schrankenlose Universum nicht gänzlich lösen (ESP, 103).

Die Algebra indessen ereilt im ausgehenden 19. Jahrhundert ein anderes Schicksal als Arithmetik und Geometrie. Ihre Geschichte ist die einer sich immer weiter ausbreitenden Technik zur Darstellung endlicher Muster. Als solche ist sie zwar Teil jener umfassenderen Technik, welche wir Sprache nennen, im Gegensatz zu dieser aber mit der Charakteristik versehen, dass die physische Gestalt ihrer Ausdrücke je dasselbe Muster verwirklicht wie deren Bedeutung (ESP, 107–109). Die Betonung dieser Identität des Musters erfolgt nicht zuletzt durch den Gebrauch von Buchstaben, worin die der Algebra zugrunde liegende Idee des Irgendein (ESP, 104: „any") beschlossen liegt. Die Erweiterung dieser Idee über das bloße Gebiet der Zahlen hinaus habe letztlich für die Ausbreitung der algebraischen Methode innerhalb der Mathematik gesorgt und dürfte wohl auch ihre zukünftigen Eroberungen auf den Gebieten der Ästhetik, Theologie und Ethik ermöglichen (ESP, 109–111; 130–131).

Wie einer vollkommen algebraisierten Mathematik das Kunststück gelingen könnte, sich in die allgemeinste Form der Musteranalyse (ESP, 109: „the intellectual analysis of types of pattern") zu verwandeln, ist in „Analysis of Meaning" detaillierter ausgeführt. Es handelt sich bei dem Text um einen bis auf die Streichung des ersten Absatzes und einer Anmerkung identischen Abdruck von Whiteheads Antwort auf Deweys Beitrag zu einem in Harvard abgehaltenen Symposium, die erstmals 1936 unter dem Titel „Remarks" erschien und im Jahr darauf unverändert in *Philosophical Review* noch einmal abgedruckt wurde (Lowe 1990, 372). Menschliche Erkenntnis, heißt es dort, sei ein Annäherungsprozess, ihr Ergebnis folglich stets mit Vagheit behaftet, sodass ihr die letzte Klarheit – eine Klarheit, die über ein praktischen Zwecken untergeordnetes ‚klar genug' hinausginge – verwehrt bleiben müsse, insbesondere in der Frage nach der Trennung des Notwendigen von dem bloß Akzidentellen (ESP, 122–124). Als das mächtigste bisher entwickelte Werkzeug zur Behebung sprachlicher Mängel vermag die algebraische Methode wenigstens eine Quelle dieser Vagheit einzudämmen, indem sie ausgehend von einer kleinen Auswahl grundlegender Verknüpfungen und einem Vorrat an wirklichen Variablen (‚real variables') die kompositionale Bildung einer Vielzahl von Mustern ermöglicht, die hinsichtlich ihrer Bedeutungen klar und deutlich unterscheidbar sind (ESP, 127). (Wirkliche Variablen sind syntaktisch freie Variablen, bei Whitehead aber erschöpft sich die Bedeutung des Attributs ‚real' nicht in deren Ungebundensein.)

Der algebraischen Methode liegen vier Annahmen zugrunde, die für ihren Erfolg ausschlaggebend sind (ESP, 128): (i) dass die grundlegenden Verknüpfungen über alle Muster (und alle Muster von Mustern) hinweg die gleiche Bedeutung beibehalten; (ii) dass die Symbole für wirkliche Variablen bei mehrmaligem Vorkommen innerhalb desselben komplexen Musters immer die gleiche Bedeutung haben; (iii) dass die wirklichen Variablen in ihrer Verknüpfungsweise jeweils ein sinnvolles Muster abgeben; und schließlich (iv) dass die Bedeutungsschwankungen, denen die Verknüpfungen aufgrund der Unbestimmtheit der Variablen unweigerlich unterliegen, für die Gesamtbedeutung des Musters unerheblich sind. Die Spannung zwischen der ersten und der letzten Annahme verdeutlicht, wie Whitehead behauptet, dass es selbst mittels der algebraischen Methode nicht gänzlich gelingt, Notwendiges und Akzidentelles klar voneinander zu trennen. Deshalb beruhe ihre Rechtfertigung letztlich doch nur auf der pragmatischen Feststellung, dass sie funktioniert. Da die algebraische Methode das akzidentelle Moment auf den geisterhaften Charakter wirklicher Variablen beschränkt, stelle sie gleichwohl unsere bislang beste Annäherung an den Ausdruck von Notwendigkeit dar.

Auch in Teil III, im Aufsatz „Mathematics and Liberal Education", tritt der algebraische Variablenbegriff wieder in Erscheinung, diesmal als einer der abstrakten Grundbegriffe, die für den modernen Elementarunterricht in Mathematik unverzichtbar geworden sind (ESP, 179). Ursprünglich unter dem Titel „The Place of Mathematics in a Liberal Education" erschienen, handelt es sich bei dem Aufsatz um Whiteheads erste Veröffentlichung auf dem Gebiet (Lowe 1990, 51, 43). In den Londoner Jahren (1910–1924) sollten elf weitere Schriften erziehungsphilosophischen, fachdidaktischen und/oder bildungspolitischen Inhalts folgen (Lowe 1990, 43). Davon sind in den *Essays* neben dem bereits erwähnten Aufsatz noch zwei weitere abgedruckt: „Education and Self-Education" und „Science in General Education" (Lowe 1990, 58–60). Sie bauen auf Erfahrungen, die Whitehead aufgrund seiner zahlreichen Verpflichtungen im Bildungsbereich sammeln konnte und über die er später sagte, sie hätten seine Ansichten zum Problem der höheren (Aus-)Bildung in einer modernen industrialisierten Zivilisation grundlegend verändert (ESP, 12). Die ‚Bildung Englands' und den damit einhergehenden Wandel der Lebensformen miterlebt zu haben, betrachtete er denn auch als eine seiner wertvollsten Erinnerungen (ESP, 24).

Die drei anderen in Teil III untergebrachten Texte wurden in den 1930er-Jahren verfasst und zeugen von der veränderten geopolitischen Lage wie auch von der Verschiebung des eigenen Lebensmittelpunkts in die Vereinigten Staaten. Als wiederkehrender Topos erweist sich das klare Bewusstsein, am Anfang einer neuen Ära zu stehen (ESP, 166), einer neuen, modernen Welt entgegenzublicken, die sich in einem ständigen, gegenüber früher beschleunigten Fluss befindet (ESP, 200) und an die Bildungsinstitutionen Anforderungen stellt, denen die klassische, aus der Zeit der Renaissance stammende Vorstellung von Bildung – einer Bildung, die Whitehead selbst noch genossen hatte – in keiner Weise gerecht werden kann (ESP, 175). Das Problem der modernen Bildung sei, wie es an einer Stelle heißt, enthalten in der Antithese zwischen dem Ideal der Kultur, d. h. der Aneignung und Nachahmung des Besten aus der Vergangenheit, und dem stetigen Wandel der Lebensbedingungen, der die Details der Vergangenheit sehr rasch obsolet werden lässt (ESP, 202). An anderer Stelle ist von einem unüberbrückbaren Graben die Rede, der die moderne Epoche von den Klassikern der vergangenen Zeiten bereits trenne und unter anderem darauf zurückzuführen sei, dass die moderne (Natur-)Wissenschaft in das Leben und Denken der Menschen – nicht nur der Wissenschaftler selbst, sondern auch der Dichter, Philosophen und Theologen – Einzug gehalten habe (ESP, 176). Es versteht sich von selbst, dass Whitehead der mathematischen Bildung einen besonderen Platz in dieser neuen Konstellation zuweist.

Wie ein moderner Mathematikunterricht auf elementarer, voruniversitärer Stufe (Lowe 1990, 51) nun aussehen könnte, skizziert Whitehead in dem bereits erwähnten Aufsatz, „Mathematics and Liberal Education", von 1911. Auf eine kompakte Formel gebracht, lautet seine Forderung: „simplify the details and emphasize the important principles and applications“ (ESP, 188). Zur Hervorhebung der Prinzipien gehört die Beschränkung auf einige wenige, für das mathematische Denken zentrale Grundbegriffe und -methoden, zu denen er neben dem bereits genannten Variablenbegriff auch die moderne Auffassung von positiven und negativen Zahlen, den Funktionsbegriff mitsamt graphischer Darstellung, die Methode der analytischen Geometrie, den geometrischen Ähnlichkeitsbegriff sowie den Grundbegriff der Differentialrechnung zählt (ESP, 179 & 188). Das Weglassen vieler Details, u. a. weiter Teile der abstrakten Algebra oder von Funktionen mit mehr als einer Variablen (ESP, 181–182), erlaubt es, länger bei den Grundbegriffen und den aus ihnen abgeleiteten Sätzen zu verweilen, um insbesondere – und hier kommt das eigentlich moderne Moment zur Geltung – wichtige Beispiele ihrer Anwendung zu betrachten. Wichtig sind ihm Beispiele, die sich als für das Leben in der modernen Gesellschaft relevant herausstellen, indem sie illustrieren, wie sich die eingeführten abstrakten Ideen nutzbringend auf das Naturgeschehen und die sozialen Kräfte anwenden lassen (ESP, 180 & 183–184): Statistiken, beispielsweise aus dem Schienenverkehr, an denen sich nicht bloß der Zusammenhang von Graph und Funktion veranschaulichen, sondern auch, durch das Betrachten von Wachstumsraten, das Grundgerüst der Differentialrechnung einführen lässt (ESP, 184); Periodizitäten in der Natur, z. B. Gezeiten, deren genaue Erfassung die Einführung trigonometrischer Funktionen erforderlich macht (ESP, 182); oder aber auch irgendeine der zahllosen Alltagserfahrungen, in denen die Geometrie als Königin der physikalischen Wissenschaften ihre Anwendung findet (ESP, 187).

Dass seine Vorschläge keineswegs aus der Luft gegriffen und mindestens die wichtigsten darunter umsetzbar sind, hatte Whitehead bei der Abfassung seines Aufsatzes insofern bereits gezeigt, als er während seines ersten akademischen Jahrs in London (1910/11), noch ohne Anstellung, ein Buch für die Reihe *The Home University Library of Modern Knowledge* mit dem Titel *An Introduction to Mathematics* geschrieben hatte, worin Vieles den Forderungen des gleich im Anschluss daran verfassten Aufsatzes entspricht – wenngleich das Zielpublikum, wie der Reihentitel verrät, nicht ganz dasselbe gewesen sein dürfte (Lowe 1990, 3). Mit Ausnahme vielleicht der beiden Kapitel zu imaginären Zahlen (Kap. VII und VIII), die über den im Aufsatz vorgeschlagenen Inhalt hinausgehen, sind in der *Introduction* die Vorgaben weitgehend erfüllt: Es finden sich darin weder fortgeschrittene Algebra (ESP, 83) noch Funktionen mit mehr als einem Argument, dafür je ein eigenes Kapitel über Variablen (Kap. II) und moderne Zahlauffassungen (Kap. VI), über analytische Geometrie (Kap. IX), über Funktionen (Kap. XI) und Differentialrechnung (Kap. XV) sowie variierende Eisenbahnbeispiele (IM, 145, 150–152, 162–163, 168–169, 223–224). Obschon das Buch mit der Warnung anhebt, das Studium der Mathematik tauge dazu, gleich zu Beginn in Enttäuschung umzuschlagen, nur um sich sogleich das Ziel zu setzen, die Wissenschaft nicht zu lehren, sondern aufzuzeigen, wovon sie handle und weshalb sie notwendigerweise das Fundament exakten, auf natürliche Phänomene angewandten Denkens bilde (IM, 7–8), enttäuschte die *Introduction* jedenfalls seine erste, durchaus illustre Leserschaft nicht (Lowe 1990, 4). Kurz, klar und lebendig gehalten bietet Whiteheads Einführung nicht nur einen leicht zugänglichen Überblick über zentrale Gebiete der Mathematik und ihre wichtigsten Anwendungen, sondern wartet auch mit anregenden philosophischen und (zivilisations-)geschichtlichen Betrachtungen der Disziplin auf.

Auffälliger als die inhaltliche Übereinstimmung mit den Vorgaben des Aufsatzes von 1911 ist der aus heutiger Sicht durchaus ungewöhnliche Aufbau des Buchs, der das von Whitehead immer wieder hervorgehobene Zusammenspiel von abstrakter Idee und Anwendung, von Theorie und Praxis, zu verdeutlichen sucht. Während das erste Kapitel die abstrakte Natur der Mathematik beschreibt und das zweite, wie schon erwähnt, einen der zentralen Grundbegriffe einführt, klärt das dritte Kapitel methodologische Fragen zum Verhältnis von reiner und angewandter Mathematik, indem es verschiedene Anwendungen des Variablenbegriffs betrachtet und in groben Zügen einige mathematikgeschichtliche Entwicklungen, darunter die Geschichte des Elektromagnetismus, nachzeichnet. Bereits das vierte Kapitel über Dynamik behandelt ausschließlich Anwendungen, insbesondere stellt es das Kräfteparallelogramm vor, dessen Wichtigkeit Whitehead auch im Aufsatz von 1911 betont (ESP, 188/ IM, 52–57). Es folgen darauf wiederum theoretische Betrachtungen zur Funktion mathematischer Notationen (Kap. V) und zum Zahlbegriff (Kap. VI–VIII), wobei für die negativen Zahlen naheliegende Anwendungen erwähnt (IM, 85–86) und die Addition und Multiplikation komplexer Zahlen anhand ihrer geometrischen Interpretation veranschaulicht werden (IM, 98 & 108).

Ziemlich genau in der Mitte des Buchs (IM) erfolgt die Einführung der Grundbegriffe und Methoden der analytischen Geometrie (Kap. IX), deren Mächtigkeit sodann am Beispiel ihrer innermathematischen Verwendung bei der Beschreibung von Kegelschnitten demonstriert wird (Kap. X). Nach einer wichtigen Anwendung in der Astronomie (IM, 136–139) legt das Kapitel an einigen Beispielen die Behandlung von Kegelschnitten in der projektiven Geometrie dar, wobei ihre Rolle bei der Definition von Metriken in nichteuklidischen Geometrien bloß angedeutet ist (IM, 140). Auf die geometrischen Betrachtungen folgen die Einführung des allgemeinen Funktionsbegriffs (Kap. XI) und eine Diskussion von Periodizität in der Natur (Kap. XII), was wiederum die Einführung spezieller Funktionen vorbereitet: der Sinus- und Kosinusfunktion im trigonometrischen Kapitel (Kap. XIII) sowie der Exponentialfunktion im Kapitel über Folgen und Reihen (Kap. XIV). Abgerundet wird die Behandlung des Funktionsbegriffs mit der Differentialrechnung (Kap. XV), die Whitehead mit den im Kapitel davor erworbenen Mitteln begrifflich streng einführt, ohne indessen ihre historische, einigen philosophischen Staub aufwirbelnde Entwicklung auszuklammern. Zum Schluss widmet Whitehead der Geometrie noch einmal theoretische Betrachtungen, die ihr Verhältnis – qua abstrakte Wissenschaft der Formen und relativen Stellungen von Gegenständen (IM, 236) – zur Algebra beleuchten (Kap. XVI) und in eine Diskussion des Quantitäts- und Messbegriffs münden (Kap. XVII). Ungeachtet der bei dem vorgegebenen Umfang unausweichlichen Beschränkungen ist insgesamt das Bestreben unübersehbar, den vermittelten Stoff nicht allein als Prolegomenon zur höheren Mathematik erscheinen zu lassen, sondern als Gegenstand einer eigenständigen Disziplin darzulegen, die um ihrer selbst willen studiert sein will.

Der erste in Teil IV der *Essays* abgedruckte Text behandelt in (fortschritts-)geschichtlicher Perspektive, was Whitehead ‚the first physical synthesis' nennt und worunter er die ineinander verzahnten und zusammen die moderne Naturwissenschaft begründenden Arbeiten Galileos und Newtons versteht (ESP, 238–239). Es handelt sich dabei um einen Vortrag, den er an der sechsten Austragung der positivistisch gesinnten Unity History School gehalten hatte und der ein Jahr später in dem von Francis S. Marvin herausgegebenen Sammelband *Science and Civilization* (Marvin 1923) erstmals erschienen ist. Am Ende des Vortrags betrachtet Whitehead die neuzeitliche Synthese im noch jungen Licht einer neuerlichen, spätestens durch Albert Einsteins Relativitätstheorien in Schwung gebrachten Revolution. Dieser Revolution wendet sich dann der letzte, zwei Jahre früher erschienene Beitrag in den *Essays* zu. In äußerst kompakter Form und in der Begrifflichkeit aus *An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge* (Lowe 1990, 124), legt Whitehead darin seine Lesart der neuen Theorie dar, um am Ende eine auf der Analyse des Messbegriffs beruhende Kritik an Einsteins Erklärung des Relativitätsprinzips vorzubringen (ESP, 340–341): Da eine Messung ihrem Wesen nach in dem Vergleich von Operationen bestehe, die unter denselben festgelegten Bedingungen vollzogen wurden, könne, wo es nicht möglich sei, Bedingungen festzulegen, die unter verschiedenen Umständen gelten sollen, überhaupt nicht gemessen werden. Um mit dem Messen räumlicher Größen überhaupt beginnen zu können, müssen also vorab und im Rahmen einer nichtmetrischen Geometrie allgemeine Kongruenzbedingungen aufgestellt worden sein, aufgrund derer sich über die Gleichheit gemessener Größen entscheiden lässt. Messungen in einem heterogenen, d. h. ungleichförmigen, lokal mehr oder weniger stark gekrümmten Raum, wie sie Einsteins Interpretation der allgemeinen Relativitätstheorie postulieren, erscheinen daher unmöglich zu sein (Lowe 1990, 126–127; Desmet/Eastman 2008, 247–248).

Die Unerlässlichkeit vorgefasster und gleichbleibender Bedingungen für das Messen hatte Whitehead bereits vor Einsteins Formulierung der allgemeinen Relativitätstheorie betont. Während diese Bedingungen in seiner *Introduction* zu Axiomen der Quantität erhoben und ihre Anwendung auf die Zeitmessung eingehend besprochen werden (IM, 246–249), beleuchtet der Abschnitt „Axioms of Geometry" aus dem umfassenderen Eintrag zur Geometrie in der elften Ausgabe der *Encyclopedia Britannica* (1910–1911) ihren engen Zusammenhang mit dem Kongruenzbegriff, insbesondere mit Sophus Lies Theorie der Transformationsgruppen (ESP, 259–266). Welcher Transformationsgruppe der tatsächlich existierende Raum entspricht, hält Whitehead – im Gegensatz etwa zur konventionalistischen Position Henri Poincarés – für eine experimentell zu entscheidende und die theoretische Entwicklung nichteuklidischer Geometrien erfordernde Frage (ESP, 265; vgl. 310–311). Die Kritik an Einstein ist also keineswegs als Einwand gegen nichteuklidische Geometrien aufzufassen (ESP, 341). Ohnehin tritt in Whiteheads axiomatischer Entwicklung des geometrischen Stoffs die Theorie des Messens mit den darin enthaltenen Begriffen der Distanz und des Winkels vergleichsweise spät und als das Ergebnis einer Vielzahl komplizierter Betrachtungen in Erscheinung, wie er in seinem enzyklopädischen Eintrag zur Mathematik selbst bemerkt (ESP, 278). Der existierende Raum bildet nur eine mögliche Anwendung der modernen Geometrie (ESP, 245), die – als die Wissenschaft der Kreuzklassifikation von Entitäten in Mengen, d. h. von Punkten in Geraden (ESP, 245–246; vgl. APG, § 3) – ebenso abstrakt ist wie die Algebra (IM, 242–243). Deshalb erstaunt es nicht, auch in der Geometrie an zentraler Stelle dem Variablenbegriff wieder zu begegnen (IM, 121). (Gleichwohl wäre es dem Verständnis zuträglich gewesen, die zahlreichen Abbildungen, mit denen die geometrischen Einträge der *Encyclopedia Britannica* illustriert sind und die ungeachtet aller Abstraktheit hilfreiche Anschauungen bieten, auch in den *Essays* abzudrucken.)

Den Eintrag in der *Encyclopedia Britannica* zur Mathematik lässt Whitehead mit ihrer traditionellen Bestimmung als der Wissenschaft von Zahl und Quantität, von diskreter und kontinuierlicher Größe, beginnen, um sogleich eine Reihe kritischer Fragen anzuführen, die auf die Unzulänglichkeit der alten Definitionen hinweisen (ESP, 269–270). Neben der zwar unschuldig anmutenden, mit den Erweiterungen des Zahlbegriffs jedoch immer größere Schwierigkeiten aufwerfenden Frage, was Zahlen überhaupt sind, formuliert Whitehead zudem das Problem, wie wir wissen können, dass die Verfahren zur Konstruktion inkommensurabler Zahlen überhaupt an ein Ziel gelangten, ohne schon die Existenz solcher Größen anzunehmen. Die modernen, sich des Mengen- und Relationsbegriffs bedienenden Antworten auf diese Fragen werden daraufhin ansatzweise und in stark verdichteter Form dargelegt: die Theorien der Kardinal- und Ordinalzahlen (ESP, 270–274), Georg Cantors Behandlung infiniter Zahlen (ESP, 274), die Definition der rationalen und reellen Zahlen (ESP, 274–275) sowie die Einführung (hyper-)komplexer Zahlen (ESP, 276). Im Zuge seiner Darlegungen bringt Whitehead die logizistische Perspektive, in der alle Begriffe der Mathematik als aus dem Baukasten von Mengenlehre und Logik zusammengebaut erscheinen, wiederholt klar zum Ausdruck, um schließlich eine neue, den modernsten Entwicklungen Rechnung tragende Bestimmung der Mathematik vorzuschlagen: „there is now no option but to employ ‘mathematics' in the general sense of the ‘science concerned with the logical deduction of consequences from the general premisses of all reasoning'" (ESP, 277).

Was Whitehead wie ein Zitat, zusammengesetzt aus Passagen in Peirce und Russell, erscheinen lässt, verrät zwar ebenfalls den Anspruch des Logizisten, näher aber als an Russells Bestimmung der Mathematik (vgl. Grattan-Guinness 2002, 445) ist diese Definition jener, die Whitehead noch vor Beginn ihrer Zusammenarbeit in *A*

Treatise on Universal Algebra vorgebracht hatte: „Mathematics in its widest signification is the development of all types of formal, necessary, deductive reasoning“ (TUA, vi). In dem 1898 erschienenen Band – Whiteheads erstem Buch und mathematischem Hauptwerk – ist die Algebra wie in späteren Schriften als treibende Kraft in der Entwicklung der modernen Mathematik dargestellt. Durch die Einführung komplexer Quantitäten habe die Algebra die Schranken des traditionellen Größenbegriffs aufgehoben und sich damit aus der Abhängigkeit von der Arithmetik gelöst (TUA, vii–viii & 11). Auch hier wird diese Errungenschaft auf den algebraischen Symbolismus, dessen allgemeinste Prinzipien das erste Buch des *Treatise* behandelt, und insbesondere auf den Gebrauch von Buchstaben als substitutiven Zeichen zurückgeführt. Indem das substitutive Zeichen in den algebraischen Ausdrücken anstelle des Gegenstands vorkommt, den es vertritt, erlaubt es, kräftezehrende Gedankengänge – Whitehead wird sie später mit aufwendigen Kavallerieattacken vergleichen (IM, 61) – durch gedanklich sparsame Zeichenmanipulationen zu ersetzen, sofern gewisse Bedingungen, die an die Bedeutung der Buchstaben gestellt werden, erfüllt sind (TUA, 4; vgl. ESP, 128). So verlagert sich die mathematische Untersuchung von der Ebene der Gegenstände auf die eines Kalküls, der aus den sie vertretenden Zeichen und den Regeln ihrer wahrheitserhaltenden Umformungen besteht (TUA, 4).

Gleichwohl wäre es, wie Whitehead sagt, leichtfertig sich in Manipulationen *bedeutungsleerer* Markierungen zu ergehen. Oft genug habe sich gezeigt, dass die Vorstellungskraft, sobald sie sich wieder der vertretenen Gegenstände bemächtigt, dem mathematischen Denken umgekehrt bei der Untersuchung der symbolischen Systeme unerlässliche Dienste erweisen könne (TUA, 12 & 29). So war es wohl auch der Blick auf mögliche Gegenstandsbereiche, der die vergleichende Untersuchung der Systeme, die Whitehead unter dem Namen ‚universale Algebra‘ versammelt – George Booles Algebra der Logik, Hermann Graßmanns Ausdehnungskalkül und William Hamiltons Quaternionen – auf den Umstand lenkte, dass sie alle eine räumliche Interpretation zulassen (TUA, § 22). Erst in Anbetracht dieser Gemeinsamkeit aber gelingt es, die vergleichsweise junge, von der gewöhnlichen Algebra zu unterscheidende Disziplin mit einer einheitlichen Methode zu versehen und die eigentliche Bedeutung ihrer Systeme zu erkennen, d. h.: „to exhibit the algebras both as systems of symbolism, and also as engines for the investigation of the possibilities of thought and reasoning connected with the abstract general idea of space“ (TUA, v).

Der erste Band der zweibändig angelegten Untersuchung dieser speziellen Algebren behandelt zuerst, in dem zeitlich zuletzt verfassten Buch II, Booles symbolische Logik (vgl. MacColl 1899, Quine 1941 und Riche 2011), um sich dann in den verbleibenden fünf Büchern gänzlich der Ausdehnungslehre Graßmanns zu widmen. Hamilton hingegen, dessen Quaternionen als Untersuchungsgegenstand des zweiten Bands vorgesehen waren, wird abgesehen von einigen den Haupttext begleitenden Notizen erst wieder im letzten Kapitel des letzten Buchs erwähnt, das als Übergang zum nie erschienenen zweiten Band dienen sollte (TUA, § 361). Whiteheads Entscheid, die schon weit fortgeschrittenen Arbeiten am zweiten Band ruhen zu lassen und stattdessen in eine Zusammenarbeit mit Russell einzuwilligen, aus der erst ein Jahrzehnt später die drei Bände der *Principia Mathematica* hervorgehen sollten, zeugt auch von der kaum zu überschätzenden Wirkung der Cantorschen Mengenlehre und der damit einhergehenden Axiomatisierung der Mathematik (Lowe 1985, Kap. 10). Der *Treatise* verweist bloß an einer Stelle, bei der Einführung des Begriffs beiderseits eindeutiger Zuordnung, auf Cantor (TUA, 16) und kommt noch weitgehend ohne mengentheoretische Begrifflichkeit aus. Auch die axiomatische Methode macht sich in der Art der Darstellung höchstens ansatzweise bemerkbar. Der am Ende des ersten Buchs angekündigte Anhang, in dem eine mögliche Anordnungsweise der geometrischen Axiome hätte vorgeschlagen werden sollen (TUA, 32), ist jedenfalls nie erschienen.

Dessen ungeachtet enthält die Behandlung und Erweiterung der Ausdehnungslehre im *Trea-*

tise eine bemerkenswerte Fülle an Ideen, von denen viele nicht nur die späteren geometrischen Arbeiten Whiteheads, sondern auch seine Schriften auf den Gebieten der Physik und der Naturphilosophie prägen sollten. Buch III, das allen weiteren zugrunde liegt, bietet eine in den Begriffen der Ausdehnungslehre gefasste Beschreibung von Räumen beliebiger Dimension, ohne den Distanzbegriff einzuführen. Es demonstriert dadurch die von Whitehead immer wieder hervorgehobene begriffliche Vorrangigkeit der rein projektiven Geometrie gegenüber metrischen Geometrien (vgl. dazu Whitehead 1915, 108; Gandon 2005, 121). Metriken werden denn auch erst in Buch VI eingeführt, um Graßmanns Ausdehnungslehre auf nichteuklidische Räume zu erweitern. Bei der Definition des Kongruenz- und Distanzbegriffs bedient sich Whitehead – wie auch in späteren Schriften (Grattan-Guinness 2002, 437, 443) – der von Arthur Cayley entwickelten und von Felix Klein ausgebauten Methode (TUA, §§ 197–202). In Buch IV wiederum, das die unterschiedlichen Produktbildungen behandelt, die nach Graßmanns Lehre zwischen räumlichen Entitäten möglich sind, findet sich in den Ausführungen zur sog. inneren Multiplikation (TUA, § 117) die theoretische Grundlage für Whiteheads spätere Konstruktion des Raumpunktes als eines Schnitts ausgedehnter Größen (Alcantara 2007).

Die Anwendung der Ausdehnungslehre auf den dreidimensionalen euklidischen Raum, den Whitehead zwar noch den gewöhnlichen nennt (TUA, ix), gleichwohl aber als einen Spezialfall des allgemeinen projektiven Raums darstellt (TUA, § 304), erfolgt erst in Buch VII, dessen letztes Kapitel sich – wie auch schon das ganze Buch V – physikalischen Problemen unterschiedlicher Teildisziplinen annähert. Zu diesem Zweck werden die Zeichen des algebraischen Kalküls nicht mehr nur räumlich interpretiert, sondern als Symbole für Massepunkte, Kraftvektoren oder andere physikalische Größen aufgefasst, wodurch die Annahme räumlicher Entitäten, z. B. von Raumpunkten, neben und zusätzlich zu den physikalischen, z. B. zu Massepunkten, überflüssig erscheint. Es liegt auf der Hand, hierin Whiteheads späteren Monismus begründet zu sehen (Gandon 2005, 122–123). In dieser erstaunlichen Engführung von Algebra, Geometrie und Physik dürfte wohl auch eine der Ursachen für das neuerliche, seit den 1980er-Jahren wieder einsetzende Interesse an Whiteheads *Treatise* liegen (Dawson 2008, 78–79).

Literatur

Alcantara, Jean-Pascal: Le rôle des mathématiques dans la genèse du système de Whitehead. In: Weber, Michel/Basile, Pierfrancesco (Eds.): Chromatikon III, Annuaire de la philosophie en procès. Louvain-la-Neuve 2007,151–182.

Dawson, Andrew: Whitehead's Universal Algebra. In: Weber, Michel/Desmond, Will (Eds.): Handbook of Whiteheadian Process Thought, Vol. II. Frankfurt a.M. 2008, 67–86.

Desmet, Ronny/Eastman, Timothy E.: Physics and Relativity. In: Weber, Michel/Desmond, Will (Eds.): Handbook of Whiteheadian Process Thought, Vol. II. Frankfurt a.M. 2008, 235–258.

Gandon, Sébastien: Algebra, géométrie et loi d'intensité: l'enjeu de 'A Treatrise on Universal Algebra'. In: Weber, Michel/d'Eprémesnil, Diane (Eds.): Chromatikon I, Annuaire de la philosophie en procès – Yearbook of Philosophy in Process. Louvain-la-Neuve 2005, 113–124.

Grattan-Guinness, Ivor: The search for mathematical roots 1870-1940. Logics, set theories and the foundations of mathematics from Cantor to Gödel. Princeton 2000.

Grattan-Guinness, Ivor: Algebras, projective geometry, mathematical logic, and constructing the world: Intersections in the philosophy of mathematics of A. N. Whitehead. In: Historia Mathematica 29 (2002), 427–462.

Lowe, Victor: Understanding Whitehead. Baltimore 1962.

Lowe, Victor: Alfred North Whitehead. The man and his work, Vol. II. Baltimore 1990.

MacColl, Hugh: Review of 'A Treatise on Universal Algebra with Applications'. In: Mind 8/29 (1899), 108–133.

Marvin, Francis S.: Science and civilization. Oxford 1923.

Quine, Willard V. O.: Whitehead and the rise of modern logic. In: Schilpp, Paul A. (Ed.): The philosophy of Alfred North Whitehead. Evanston 1941, 127–163.

Riche, Jacques: Logic in Whitehead's Universal Algebra. In: Logique et Analyse 54/214 (2011), 135–159.

Schilpp, Paul A. (Ed.): The philosophy of Alfred North Whitehead. Evanston 1941.

Whitehead, Alfred North: Space, time, and relativity. In: Proceedings of the Aristotelian Society 16 (1915-1916), 104–129.