Romain Büchi, Zürich

Identität und Tautologie bei Wittgenstein

Ich glaube, ich habe nie eine
Gedankenbewegung *erfunden*, sondern sie
wurde mir immer von jemand anderem gegeben.

Als ich übrigens in Norwegen war, im Jahre
1913 – 14, hatte ich eigene Gedanken, so scheint
es mir jetzt wenigstens. Ich meine, es kommt mir
so vor, als hätte ich damals in mir neue
Denkbewegungen geboren (aber vielleicht irre
ich mich).

1931

Abstract: Die ersten Bemerkungen Wittgensteins zur Identität stammen vom Herbst 1913; Spuren zeitweise intensiver Beschäftigung mit dem Thema finden sich indes bis in die *Logisch-philosophische Abhandlung*. Die vorliegende Arbeit versucht jenen Gedankenläufen Wittgensteins zu folgen, die in seine eigentümliche Schreibweise gebundener Variablen und der Streichung des Identitätszeichens aus der Begriffsschrift mündeten. Neben der Typentheorie Russells hat, was im ersten Abschnitt gezeigt wird, besonders seine Analyse definiter Beschreibungen Wittgensteins frühe Gedanken zur Identität angeregt, zumal er sich nach der Ablehnung von Russells Definition der Identität der neuerlichen Frage gegenübersah, ob sich Sätze, worin das Zeichen der Identität vorkommt, weiter zerlegen lassen oder ob dieses vielmehr als Urzeichen angenommen werden müsse. Diese Frage stand für Wittgenstein in engem Zusammenhang mit dem, was er als das Grundproblem der Logik ausgemacht zu haben glaubte, d. i. mit der Frage nach der Beschaffenheit eines idealen Zeichensystems, das jede Tautologie auf ein und dieselbe Weise als Tautologie erkennen ließe. Wie in einer ausführlichen Besprechung der ab-Notation im dritten Abschnitt nachgewiesen wird, war die Lösung des Grundproblems denn auch das Ziel seines fieberhaften, letztlich aber erfolglosen Versuchs, die ab-Notation auf allgemeine Sätze – und insbesondere auf solche, worin das Identitätszeichen vorkommt – auszuweiten. Der vierte Abschnitt schließlich folgt Wittgensteins neuerlichem Anlauf zur Lösung des Grundproblems, der ausgeht von einer früheren Betrachtung zu dem bereits im zweiten Abschnitt behandelten Phänomen der Rekurrenz und deren Affinität zur Frage nach der richtigen Handhabung der Identität. Am Ende erweist sich die durch eine veränderte Variablenschreibweise ohne Verlust an Ausdruckskraft ermöglichte Streichung des Identitätszeichens gleichsam als Begleitprodukt der

umfassenderen Bemühung, das Grundproblem der Logik doch noch einer Lösung zuzuführen.

In jungen Jahren schon wurde Ludwig Wittgenstein von der Sorge geplagt, bald und nichts Eigenes von Wert hinterlassend sterben zu müssen;[1] so auch im September 1913, als er sich mit seinem Freund David Pinsent in Øystese aufhielt und an Bertrand Russells Typentheorie arbeitete.[2] Nach Cambridge kehrte er daher mit der Absicht zurück, im Beisein Russells die wichtigsten Ergebnisse seiner bisherigen Arbeit für die Nachwelt festzuhalten; daraus sind die *Notes on Logic* hervorgegangen. Nur wenige Tage später verließ er Cambridge erneut in Richtung Norwegen; dieses Mal sollte seine Abwesenheit fünfzehn Jahre dauern.[3] Russell war von Wittgensteins Vorhaben, sich in die Einsamkeit zurückzuziehen, um frei von den üblichen Ablenkungen zu arbeiten, nicht angetan; er befürchtete, sein Freund würde sich in der Finsternis des norwegischen Winters das Leben nehmen.[4] Einige der Briefe, die Russell nach dem neuerlichen Abschied von Wittgenstein erhielt, dürften die düstere Vorahnung bestärkt haben. So steht am Ende eines mit Erklärungen der neuesten Resultate prall gefüllten Schreibens: „Ich bin überzeugt, ich werde in meinem Leben nie etwas veröffentlichen. Aber nach meinem Tod musst Du den Band meines Tagebuchs, worin die ganze Geschichte steht, drucken lassen"; und ein früherer Brief schließt mit der etwas kauzigen, unter den geschilderten Umständen aber auch beunruhigenden Grußformel ‚Yours as long as E! L. W.'.[5] Offenbar hatte die schriftliche Aufzeichnung seiner Gedanken die Sorgen nicht zum Verschwinden gebracht.

Es ist das erste Ziel auch dieser Arbeit, Wittgensteins Denkbewegungen um die Frage nach dem Wesen der Identität bis in die *Logisch-philosophische Abhandlung* nachzuzeichnen. In der vorangegangenen Arbeit[6] wurde zu zeigen versucht, dass sie ihren Ursprung in der Auseinandersetzung mit Russells Typentheorie – und

1 Vgl. McGuinness 2005: 50, 130, 156 – 8, 166.
2 Vgl. Wright 1990: 69 – 83.
3 Mehr zu Wittgensteins höchstens zehntägigem Aufenthalt in Cambridge und zu den *Notes on Logic* findet sich im Aufsatz ‚Identität und Typentheorie bei Wittgenstein' (Büchi 2014), der in einem früheren Band dieses Jahrbuchs erschienen und dessen Fortsetzung der vorliegende Text ist.
4 Vgl. McGuinness 2005: 183 – 6.
5 WC 2008: 57 (Brief 30); 49 (Br. 25); ähnliche Grußformeln finden sich in den Briefen 23 und 26. Sie stehen in deutlichem Kontrast zu der in früheren (und späteren) Briefen häufig verwendeten Formel ‚Yours ever' bzw. ‚Immer Dein'. Im letzten Brief an Russell vor den Wiener Weihnachtsferien schreibt er, seine Tage vergingen „zwischen Logik, Pfeifen, Spazierengehen und Niedergeschlagensein" (WC 2008: 61 (Br. 32)).
6 Siehe Anm. 3.

wohl auch mit Whiteheads Kritik daran – haben; hier werden wir dagegen versuchen, Wittgensteins *eigenen* Gedankenläufen zu folgen, bis hin zu seinem eigentümlichen Vorschlag, gebundene Variablen auf andere Weise zu schreiben. Begonnen haben wir bereits dort, wo die frühere Arbeit ihr Ende fand, d. i. beim Projekt der vollständigen Analyse der Sprache. Das oben erwähnte und aus dem Zeichenapparat der *Principia Mathematica* stammende ‚E!' hat seinen Platz in Russells Theorie definiter Beschreibungen, dem eigentlichen Paradigma logischer Analyse.

I. In den *Notes on Logic*[7] heißt es, die Umgangssprache verhülle die Struktur des Satzes (B69); Misstrauen gegenüber der Grammatik sei daher die erste Bedingung des Philosophierens (B63). Dem vorgelagert ist die Auffassung der Philosophie als einer Disziplin, deren Aufgabe nicht darin besteht, Ableitungen vorzunehmen (B58) oder Bilder der Wirklichkeit zu entwerfen (B59) – die also, ist man versucht zu deuten, weder Teil der Mathematik noch mit den Naturwissenschaften verwandt (B67) ist –, sondern deren Gegenstand die logische Form wissenschaftlicher Sätze generell ist (B66). Auf das Misstrauen folgt das Projekt der vollständigen Analyse der Sprache, über das Wittgenstein rückblickend schreiben wird:[8]

> Ich habe selbst in früheren Zeiten von der ‚vollständigen Analyse' geredet, in dem Gedanken, die Philosophie müsste alle Sätze endgültig zergliedern, um so alle Zusammenhänge klarzustellen und jede Möglichkeit des Missverständnisses zu beseitigen. [...] Mir schwebte dabei etwas vor von der Art der Definition, die Russell für den bestimmten Artikel gegeben hatte.

Wittgenstein scheint hier Russells *theory of definite descriptions* im Sinn zu haben, jene berühmte Theorie, die eine Definition für[9] definite Beschreibungen[10], d. h. für

7 Im Folgenden wird aus dem in Potter 2009: App. B abgedruckten und gegenüber der Standardausgabe (vgl. TB 1979) neu gegliederten Text zitiert. Die übliche Aufgliederung in fünf Teile ist um eine weitere, den Entstehungsort berücksichtigende Unterteilung ergänzt: Manuskripte 1, 3 und 4 bilden zusammen die Birmingham *Notes*; Manuskript 2 und die Zusammenfassung die Cambridge *Notes*. Die Beschriftungen ‚B13', ‚C36' etc. beziehen sich auf Michael Potters Nummerierung der Paragraphen, wobei ‚B' für ‚Birmingham *Notes*' und ‚C' für ‚Cambridge *Notes*' steht. Im zweiten Anhang wird eine Korrespondenztabelle zur üblichen Ausgabe des Textes in TB 1979 gegeben.
8 PG 1969: 211.
9 Es ist wichtig, hier wie auch im Zitat aus der *Philosophischen Grammatik* nicht unbedacht ‚von' zu lesen, sondern wirklich das neutralere ‚für' (siehe Anm. 14).
10 In der deutschsprachigen Fachliteratur werden solche Ausdrücke oft als Kennzeichnungen bezeichnet, was allerdings die Verwandtschaft mit indefiniten Beschreibungen verdeckt. Die Kennzeichnungstheorie ist Russells Analyse des bestimmten Artikels im Singular; die Analyse seines Gebrauchs im Plural ist in der Klassentheorie enthalten (vgl. dazu PM1: 31; deutlicher noch

sprachliche Ausdrücke der Form ‚der/die/das so und so', gibt. In ‚On Denoting' formuliert Russell das Prinzip der Theorie so: „denoting phrases never have any meaning in themselves, but […] every proposition in whose verbal expression they occur has a meaning."[11] Später, in den *Principia Mathematica*, werden Ausdrücke, denen dieses Merkmal zukommt, ‚incomplete symbols' genannt; nebst definiten Beschreibungen fallen auch Klassen- und Relationssymbole darunter.[12] Definiert wird nicht das unvollständige Symbol selbst, sondern dessen Gebrauch. Dazu wird jedem Satz, der ein solches Symbol enthält, ein anderer zur Seite gestellt, der es nicht mehr enthält; und es wird festgelegt, dass jener Satz dasselbe meint – dieselbe Proposition ausdrückt – wie der ihm zur Seite gestellte.[13] Wie das bei definiten Beschreibungen im Besonderen zu geschehen hat, lässt sich am besten anhand eines Beispiels aufzeigen: ‚Der Autor der *Principia Mathematica* sitzt im Gefängnis'. Diesem Satz kann (nebst äquivalenten Möglichkeiten) nun ‚Es gibt ein *x*, das *Principia Mathematica* geschrieben hat, wobei jedes von *x* verschiedene *y* *Principia Mathematica* nicht geschrieben hat; und dieses *x* sitzt im Gefängnis' zur Seite gestellt werden. Während der erste Satz, geäußert im Sommer 1918, wohl von einigen Zeitgenossen als Ausdruck einer wahren Proposition beurteilt worden wäre und nur wenige Vorsichtige dazu veranlasst hätte nachzufragen, welcher der beiden Autoren einsitzt, wäre der zweite von allen, die um die Koautorschaft wussten, damals schon unmissverständlich als Ausdruck einer falschen Propo-

---

ist der Vergleich in Russell 1919: Kap. XVI u. XVII). Um diesen Zusammenhang sichtbar zu machen, soll im Folgenden stets von definiten Beschreibungen die Rede sein, außer wenn, wie im vorangehenden Satz, die dazugehörige Theorie als Ganzes bezeichnet werden soll.

11 Russell 1905: 480. Zu den ‚denoting phrases' zählen dort nebst definiten Beschreibungen auch Ausdrücke wie ‚everything', ‚nothing' und ‚something' oder ‚any man', ‚no men' und ‚a man'.

12 Das dritte Kapitel der Einleitung zum ersten Band handelt ausschließlich von ‚incomplete symbols' (PM1: 69 – 88).

13 In ‚On Denoting' wird an manchen Stellen unterschieden zwischen einer Proposition und ihrem verbalen Ausdruck, d. i. dem sie ausdrückenden Satz. So ist etwa der oben zitierten Stelle klar zu entnehmen, dass ‚denoting phrases' im sprachlichen Ausdruck von Propositionen vorkommen und damit – könnte man meinen – nicht in den Propositionen selbst (sofern es sich nicht um linguistische Propositionen handelt, vgl. Russell 1903: 47). Nur zwei Seiten weiter ist dann allerdings von „propositions in which denoting phrases occur" die Rede. In den *Principia* begegnet man ähnlichem Schwanken; z. B. ist in einem Satz von den „propositions in whose symbolic expression [the symbol ‚$(\iota x)(\phi x)$'] occurs" die Rede, im nächsten dagegen von den Propositionen, in *denen* selbiges Symbol vorkomme (PM1: 71; 181 ebenso). Russells verwirrendes Schwanken zur Kenntnis nehmend, soll bei der Besprechung seiner Theorie dennoch versucht werden, die Unterscheidung aufrecht zu erhalten, und zwar so, dass definite Beschreibungen als Bestandteile von Sätzen und diese wiederum als sprachliche Ausdrücke von Propositionen aufgefasst werden.

sition erkannt worden.[14] Der Kennzeichnungstheorie gemäß ist der erste Satz dagegen *per definitionem* so zu lesen, als drücke er dieselbe Proposition aus wie der zweite. Dieser Festlegung entspricht im System der *Principia* die schematische Definition[15]

$$*14{\cdot}01.\ \left[(\imath x)\left(\phi x\right)\right].\psi(\imath x)\left(\phi x\right).=:(\exists b):\phi x.\equiv_x.x=b:\psi b\ \mathrm{Df.},$$

in der ‚$(\imath x)\left(\phi x\right)$' die Beschreibung ‚das x, welches $\phi\hat{x}$ erfüllt' vertritt und der rechts vom ersten Identitätszeichen stehende Ausdruck[16] der definierende ist.

Russell und Whitehead verstehen unter Definition eine Erklärung, wonach „a certain newly introduced symbol or combination of symbols is to mean the same as a certain other combination of symbols of which the meaning is already known."[17] *14·01 indes gehört zu jener speziellen Gruppe von Definitionen, bei denen nicht nur der definierende Teil bereits bekannt ist, sondern in gewissem Maße auch das Definiendum. Solche Definitionen dienen nicht bloß dem praktischen Zweck notationaler Übersichtlichkeit (oder typographischer Sparsamkeit), sondern sie enthalten „an analysis of a common idea, and may therefore express a notable advance"; im vorliegenden Fall ist die ‚common idea' freilich der vertraute Umgang kompetenter Sprecher mit Ausdrücken der Form ‚der/die/das so und so'. Wie vertraut der Umgang mit definiten Beschreibungen nun auch erscheinen mag, ihre – als Analyse aufgefasste – Definition macht deutlich, dass die grammatische Form der Sätze, in denen sie für gewöhnlich vorkommen, keineswegs mit der

14 Ausdrücke wie ‚Der Autor der *Principia Mathematica*', die zwar ihrer grammatischen Form nach definite Beschreibungen sind, die aber nicht nur einen, sondern mehrere Gegenstände kennzeichnen, werden in der Literatur unter der Bezeichnung ‚incomplete descriptions' behandelt (vgl. Ludlow 2011: § 4.3 für eine kompakte Übersicht). Es stellt sich u. a. die Frage, ob sie entgegen der Russell'schen Theorie in wahren Sätzen vorkommen können. Freilich muss diese ebenso wie die vorrangig zu behandelnde Frage, ob die Theorie als adäquate Beschreibung des normalsprachlichen Gebrauchs von definiten Beschreibungen, als dessen Reglementierung oder doch nur als rein technisches Werkzeug formaler Sprachen aufzufassen sei, hier unbeantwortet bleiben.

15 PM1: 181.

16 In verbalisierter Form lautet er ‚Es gibt ein b, so dass für jedes x gilt, dass es $\phi\hat{x}$ dann, und nur dann, erfüllt, wenn es zu b identisch ist; und dieses b erfüllt $\psi\hat{x}$' und ist logisch äquivalent zum Schema ‚Es gibt ein x, das $\phi\hat{x}$ erfüllt, wobei jedes von x verschiedene y $\phi\hat{x}$ nicht erfüllt; und dieses x erfüllt $\psi\hat{x}$', das bei der Besprechung unseres Beispiels zur Anwendung kam (vgl. PM1: 32).

17 PM1: 11. Handelt es sich beim neu eingeführten Ausdruck, wie in *14·01, um ein unvollständiges Symbol, ist die Definition so zu verstehen, dass jede Symbolkombination, in welcher der neue Ausdruck vorkommt, dasselbe meint wie jene Kombination, die aus ersterer dadurch entsteht, dass in ihr der neue Ausdruck überall, wo er vorkommt, durch den ihn definierenden und aus bereits bekannten Symbolen zusammengesetzten Ausdruck ersetzt wird. Das nächste Zitat findet sich auf S. 12.

logischen Form dieser Sätze – d. i. mit der Form der Proposition, die sie ausdrücken – übereinstimmt. Sätze wie ‚Der Bundespräsident der Schweiz ist kahlköpfig' sind bloß ihrer grammatischen Struktur nach von der Form eines Subjekt-Prädikat-Satzes; in Wirklichkeit kommen ihnen logische Merkmale ganz anderer, unerwarteter Art zu; welche das sind, zeigt der analysierende Satz auf ungleich explizitere Weise als der gewöhnliche.[18] In der *Abhandlung* wird Russell denn auch das Verdienst zugeschrieben, „gezeigt zu haben, dass die scheinbare logische Form des Satzes nicht seine wirkliche sein muss" (4.0031).

Dass Wittgenstein die Kennzeichnungstheorie hoch einschätzte, geht bereits aus einem im November oder Dezember 1913 aus Skjolden verschickten Brief an Russell hervor. Nachdem er zu Beginn des Briefs ein – m. E. erfolgloses[19] – Gegenbeispiel zu, wie er sagt, *seinem* (d. h. Russells) Axiom der Reduzierbarkeit skizziert und ihn dann dafür getadelt hat, dass er seine (in den *Notes on Logic* erwähnte und in früheren Briefen erklärte)[20] ab-Notation nicht versteht, schreibt er in einem versöhnlichen Nachsatz:[21]

> Deine Briefe sind mir eine große Wohltat; lass es Dich nicht reuen, mir so oft zu schreiben. Ich will nur noch sagen, dass Deine Theorie der ‚Descriptions' *ganz* ZWEIFELLOS richtig ist, selbst wenn die einzelnen Urzeichen darin ganz andere sind als Du glaubtest.

Welches sind nun die einzelnen Urzeichen darin? Ausgehend von *14·01 lassen sich zunächst diese Bestandteile ausmachen: (i) die beiden Quantoren ‚$(\exists x)$' und ‚(x)'[22] zusammen mit ihren gebundenen (sog. scheinbaren) Variablen und den Punkten, die ihren jeweiligen Bereich anzeigen; (ii) die wirklichen Variablen ‚ϕ' und ‚ψ'; (iii) das Zeichen der Äquivalenz, ‚$\equiv$'; sowie (iv) das Zeichen der Identität,

18 Vgl. PM1: 69 f., 92; vgl. auch Russell 1905: 488, wo von ‚the wholly explicit form' die Rede ist. Das Lexem zu ‚explizit' deutet auf die ursprüngliche Bedeutung des Auseinanderfaltens hin, dessen Resultat etwas Entworrenes, geordnet Daliegendes, ist. Zumindest inhaltlich besteht so eine Verbindung zu Wittgensteins Ausspruch, der Satz sei artikuliert (vgl. 3.141, 3.251 und 4.032). Anstelle der Rede von der (mehr oder weniger ausgeprägten) Explizität eines Ausdrucks könnte die Rede von seiner (mehr oder weniger ausgeprägten) Transparenz treten, wobei damit die Übereinstimmung (oder der Grad der Übereinstimmung) von grammatischer und logischer Form gemeint wäre. Erhellendes hierzu findet sich in Brun 2004: 159 – 73.

19 Vgl. Wahl 2011: 59.

20 Vgl. B25, C34, B55, C43; WC 2008: 50, 53 (Br. 26, 28).

21 WC 2008: 57 (Br. 30). In seinen von Hand geschriebenen Briefen pflegte es Wittgenstein, hervorzuhebende Passagen ein-, zwei-, drei- oder sogar viermal zu unterstreichen. Der Konvention in WC 2008 gemäß sind hier einfach unterstrichene Stellen kursiv, zweifach unterstrichene in Kapitälchen und dreifach unterstrichene in Majuskeln gesetzt; vierfach unterstrichene Stellen sind in meiner Auswahl keine anzutreffen.

22 Der Ausdruck ‚$\phi x . \equiv_x . x = b$' kürzt ‚$(x) : \phi x . \equiv . x = b$' ab (vgl. PM1: 145 (*10·03)).

‚=‘. Zu den Urzeichen im System der *Principia* gehört mindestens einer der beiden Quantoren[23] und damit freilich der ganze Quantifikationsapparat mit Bereichsmarken und scheinbaren Variablen; die wirklichen Variablen gehören insofern dazu, als ihr Gebrauch im Grundbegriff der Behauptung einer propositionalen Funktion enthalten ist.[24] Die zwei übrig gebliebenen Bestandteile hingegen zählen zu den definierten Zeichen: Äquivalenz lässt sich aus Negation und Disjunktion – den beiden primitiven ‚truth-functions‘ der *Principia* – bilden; die Definition der Identität enthält, nebst einer Wahrheitsfunktion und wirklichen Variablen, wesentlich quantifizierte Variablen für prädikative Funktionen.[25]

Aller Versöhnlichkeit zum Trotz deutet Wittgenstein im zitierten Nachsatz an, dass er bei seiner Analyse definiter Beschreibungen auf ganz andere Urzeichen gestoßen ist. Zu jenen Bestandteilen, die Russell seiner Ansicht nach fälschlicherweise für Urzeichen gehalten hatte, zählt er im Herbst 1913 (und einige Zeit danach) zweifellos wirkliche Variablen – nicht weil er glaubt, wirkliche Variablen weganalysieren zu können, sondern weil er den Gebrauch von Variablen außerhalb des syntaktischen Bereichs eines Quantors rundum ablehnt. So heißt es in den *Notes on Logic*, Definitionen, die – wie *14·01 – wirkliche Variablen enthalten, seien in Wirklichkeit bloße Schemata von solchen und sollten durch ‚general propositions‘, d. h. Sätze, in denen die Variablen an Quantoren gebunden sind, ersetzt werden; ebenso seien die „so-called primitive ideas (Urzeichen) of logic [...] not primitive ideas, but the schemes of them“ (B14).[26] Dagegen scheint er einige

23 Die *theory of apparent variables* wird in den Kapiteln *9 und *10 der *Principia* unterschiedlich entwickelt. In *9 müssen beide Quantoren als *primitive ideas* eingeführt werden, da die in *1 eingeführte Negation (wie die Disjunktion) vorerst nur auf elementare Propositionen anwendbar ist; in *10 dagegen wird die Negation (wie die Disjunktion) für die Anwendung auf nicht-elementare Propositionen als neue *primitive idea* eingeführt, so dass sich nun der Existenz- aus dem Allquantor definieren lässt (*10·01). Dass sich Negation und Disjunktion nicht ohne weiteres von der elementaren Stufe auf die nächsthöhere übertragen lassen, ist auf die Prinzipien der verzweigten Typenhierarchie zurückzuführen.

24 Vgl. PM1: 96 f.. In der Einleitung ist m. E. treffender von ‚ambiguous assertion‘ die Rede; der Witz an Ausdrücken wie ‚$\vdash . \phi x$‘ ist gerade ihre Typ-Unbestimmtheit (‚typical ambiguity‘). Solche Ausdrücke dann aber als Behauptungen *einer* Funktion (oder einer ihrer unbestimmten Instanzen) zu lesen, ist kaum zu vereinen mit den Grundprinzipien der verzweigten Typentheorie; deshalb schlägt Whitehead in seiner Einleitung zum zweiten Band der *Principia* vor, sie als Behauptungen einer symbolischen Form, die Funktionen verschiedenen Typs miteinander gemeinsam haben können, aufzufassen. Wittgenstein bezeichnet Ausdrücke, die wirkliche Variablen enthalten, in den *Notes on Logic* als Schemata (B13). Ausführlicheres hierzu findet sich in Büchi 2014.

25 Die betreffenden Definitionen sind *1·01, *3·01, *4·01 und *13·01; letztere, d. i. die Definition der Identität, wurde in Büchi 2014 ausführlich behandelt.

26 Die zitierte Stelle stammt aus den Birmingham Notes, jenem Teil der *Notes on Logic*, den Wittgenstein am 7. Oktober 1913 (als er bei Pinsent zu Besuch war) einem deutschen Steno-

Zeit lang der Auffassung gewesen zu sein, dass scheinbare Variablen (mit ihren Quantoren) in unanalysierbaren Ausdrücken, d. h. auf der untersten Ebene der Analyse, vorkommen würden.[27] In Bezug auf die Wahrheitsfunktionen dürften sich Wittgenstein und Russell schon vor der Aufzeichnung der *Notes on Logic* darüber einig gewesen sein, dass sie sich alle auf eine einzige Funktion zurückführen lassen; offenkundig war der Boden der Analyse hier noch nicht erreicht worden.[28]

Wenig Einigkeit indes dürfte über das Wesen der Identität und ihre richtige Handhabung geherrscht haben. Im Oktober 1913, während seines kurzen Aufenthalts in Cambridge, hatte Wittgenstein bereits einen Einwand gegen, wie er zu G. E. Moore sagte, „Russells" Definition der Identität formuliert;[29] seine Ablehnung der Definition sollte sogar eine eigene Nummer in der Endfassung der *Abhandlung* erhalten, 5.5302: „Russells Definition von ‚=' genügt nicht; weil man nach ihr nicht sagen kann, dass zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben. (Selbst wenn dieser Satz nie richtig ist, hat er doch *Sinn*.)" Es läge nun freilich auf der Hand, jenen Einwand, von dem Moore einst Notiz genommen hatte, mit dem hier formulierten gleichzusetzen. Dagegen spricht, dass dieser Einwand

graphen in Birmingham diktierte; ins Englische übersetzt wurden sie höchstwahrscheinlich von Russell (vgl. McGuinness 2002: 246 f. (Kap. 22), Potter 2009: 265 – 8). Demnach wäre in der deutschen Fassung das Wort ‚Urzeichen' vorgekommen und Russell hätte es mit ‚primitive idea' wiedergegeben. Gleichwohl sollte nicht übersehen werden, dass in den *Principia* damit jene Ideen gemeint sind, die sie, die Autoren, nach einem bis zu einem gewissen Grad willkürlichen Auswahlverfahren als undefiniert anerkannt haben (vgl. PM1: 95), wogegen für Wittgenstein Urzeichen nur sein kann, was sich durch keine Definition weiter zergliedern lässt (3.26). Er ist diesbezüglich näher bei Gottlob Frege, von dem er wohl auch die Bezeichnung hat. Die Möglichkeit des kreuzweisen Definierens von Urzeichen – die er sowohl bei Russell als auch bei Frege vorfindet (5.42) – ist ihm allerdings schon in den *Notes on Logic* Anzeichen dafür, dass die richtigen Urzeichen noch nicht erreicht worden sind (B18, C12).

27 Vgl. TB 1979: 111.

28 Russell hielt bereits am 15. April 1913 ein Exemplar von Sheffers Arbeit ‚A Set of Five Independent Postulates for Boolean Algebras, with Application to Logical Constants' in Händen (vgl. Landini 2007: 107); zweieinhalb Jahre zuvor hatte dieser Russells Vorlesung über mathematische Philosophie gehört und stand seitdem brieflich mit ihm in Kontakt (vgl. Linsky 2011: 66 ff.). Dass Wittgenstein Sheffers Arbeit kannte, geht nicht erst aus den *Notes on Logic* hervor (vgl. B30, 31), sondern bereits aus deutlich älteren Kritzeleien auf der Rückseite eines Textes von Russell (vgl. McGuinness 2005: 160). Für die zweite Ausgabe der *Principia Mathematica* verfasste Russell in den 20er Jahren als Ersatz für *9 das neue Kapitel *8, in welchem die Theorie nicht-elementarer Propositionen mit dem Sheffer-Strich als einziger primitiven Wahrheitsfunktion entwickelt wird.

29 Vgl. Potter 2009: 204; McGuinness 2005: 142. Worin dieser Einwand bestanden haben könnte, wurde in Büchi 2014 diskutiert; gleichwohl konnte ich mich für keine der drei in Betracht gezogenen Möglichkeiten entscheiden. Hingegen bin ich, da mir keine Alternative in den Sinn gekommen ist, davon ausgegangen – und gehe auch jetzt davon aus –, dass der Einwand gegen die Definition *13·01 aus den *Principia* gerichtet war.

erst vor dem Hintergrund einer Unterscheidung von Sätzen, die Sinn haben, und solchen, die keinen Sinn haben (d. h. sinnlos oder unsinnig sind), klar hervortritt; in einem auf November 1913 datierten Brief jedoch erläutert Wittgenstein eine Vorform dieser Unterscheidung, derzufolge der Graben zwischen Sätzen, die essentiell wahr oder falsch sind, und solchen, die es nur akzidentell sind, verläuft, wobei erstere die Gruppe der logischen Sätze (d. h. der Tautologien und Kontradiktionen) bilden; erst in den *Notes dictated to Moore* wird zwischen Sätzen mit Sinn und solchen, die nichts sagen oder schlicht Unsinn sind, unterschieden.[30] Wie dem auch sei, da Wittgenstein die Definition der Identität über die prädikativen Funktionen ihrer Relate ablehnt, stellt sich für ihn die nicht ganz leichte Frage, was nach der Russell'schen Analyse von Sätzen, in denen definite Beschreibungen vorkommen, mit den jeweils zurückbleibenden Identitätssätzen geschehen soll. Was ist wirklich die logische Form dieser Identitätssätze? Lassen sich Ausdrücke der Form ‚x ist identisch mit y' weiter zerlegen oder stimmen hier grammatische und logische Form überein? Darauf eine Antwort zu finden – so die in den Raum gestellte These – war (spätestens) seit Oktober 1913 eines der ersten Ziele Wittgensteins.

II. Wer Antworten auf diese Fragen bereits in den *Notes on Logic* erwartet, wird beim Durchsehen des Textes enttäuscht; zur Identität findet sich darin fast nichts. Dieser Umstand wurde in der vorangegangenen Arbeit[31] als Indiz dafür genommen, dass Wittgenstein sich kurz vor der Aufzeichnung der *Notes on Logic* vermehrt mit Problemen der Identität zu befassen begann, was aber die Möglichkeit früherer Gedanken zum Thema nicht ausschließen sollte. Tatsächlich lässt sich auf den ersten Blick nur ein Paragraph, d. i. B13, mit den gestellten Fragen zur Identität unmittelbar in Verbindung bringen.[32] Darin wird über den Ausdruck ‚$x = x$' gesagt, er drücke keine Proposition aus, wohingegen ‚$(x).x = x$' und ‚Sokrates = Sokrates' Propositionen seien (bzw. solche ausdrücken). Das negative Urteil über den ersten Ausdruck ist im Zusammenhang mit der Ablehnung wirklicher Variablen zu verstehen und dazu wurde bereits in der früheren Arbeit einiges gesagt. Vorerst gilt es das andere Urteil zu beachten, wonach manche Identitätssätze sehr wohl Propositionen ausdrücken und somit nicht einfach Unsinn sind. Anhand der

30 Vgl. WC 2008: 53 (Br. 28); vgl. auch Brief 30 (56). Für die relevanten Stellen in den *Notes dictated to Moore:* vgl. TB 1979: 108 f., 112, 118. Es lassen sich zwar schon in den *Notes on Logic* erste Ansätze der Unterscheidung zwischen dem, was sich sagen, und dem, was sich nur zeigen lässt, ausmachen (vgl. B20, C8); diese sind aber auf (vermeintliche) Aussagen über Typen beschränkt.

31 Siehe Anm. 3.

32 Der Paragraph wurde bereits in Büchi 2014 vollständig zitiert.

Briefe, die Wittgenstein im Herbst 1913 aus Skjolden an Russell verschickte, lassen sich gleichwohl zwei weitere Stellen mit jenen Fragen verbinden; die erste, Paragraph B29, stammt aus den Birmingham *Notes*, die zweite, Paragraph C36, aus den in Anwesenheit Russells aufgezeichneten Cambridge *Notes*. Auf den zweiten Paragraphen kann hier nicht eingegangen werden.[33]

Im ersten Brief, den er nach seiner Ankunft in Skjolden (und nach überstandener Grippe) an Russell adressiert, schreibt Wittgenstein, die Identität hänge mit den grundlegendsten Fragen direkt zusammen, und fügt an: „especially with the questions concerning the occurence of the SAME argument in different places of a function."[34] Von dem Vorkommen desselben Arguments an verschiedenen Stellen ist auch in Paragraph B29 die Rede:

> It is impossible to dispense with propositions in which the same argument occurs in different positions. It is obviously useless to replace $\phi(a, a)$ by $\phi(a, b).a = b$.

Unmöglich sei es auf Sätze zu verzichten, in denen dasselbe Argument an verschiedenen Stellen vorkomme, heißt es hier im ersten Satz.[35] Was heißt es aber für einen Satz verzichtbar zu sein? (Ist nicht jeder Satz, sofern er den grammatischen Bildungsregeln entsprechend zusammengestellt ist, ein unverzichtbarer Teil der Sprache?) Zunächst gilt es festzuhalten, dass nicht die Unverzichtbarkeit vereinzelter Sätze, sondern einer ganzen Klasse davon behauptet wird; damit rückt das klassenbildende Merkmal in den Fokus. Verzichtbarkeit kommt einem Satzmerkmal indes nicht an sich zu, sondern nur im Rahmen eines bestimmten Vorhabens; und im Kontext der *Notes on Logic* kommt hierfür nur die vollständige Analyse der Sprache in Frage. Unter logischer Analyse kann sich ein Satzmerkmal nun insofern als verzichtbar erweisen, als jedem Satz, dem es anhaftet, ein ihn analysierender Satz zur Seite gestellt werden kann, dem es nicht anhaftet. In diesem Sinne lässt sich sagen, dass auf Sätze, in denen definite Beschreibungen vorkommen, verzichtet werden kann; Russell und Whitehead hatten denn auch explizit zugestanden, dass theoretisch betrachtet auf jede Definition verzichtet werden könne:

33 Dass ein Zusammenhang zur Identität besteht, geht aus Brief 26 hervor. Vgl. Kang 2004: 119 – 21 für eine elaborierte Deutung dieses Paragraphen.

34 WC 2008: 49 (Br. 25).

35 Die Stellen im Satz, an denen Argumente vorkommen, sind freilich die Argumentstellen einer Funktion. Der zweite Unterschied zwischen der Briefpassage und B29, d. i. die Verwendung von ‚place' im Brief und von ‚position' in B29, ist m. E. darauf zurückzuführen, dass die englische Version der Birmingham *Notes* Russells Übersetzung jenes auf Deutsch verfassten Typoskripts ist, das Wittgenstein in Birmingham durch einen Stenographen erstellen lassen hatte (vgl. Potter 2009: 265 – 8). Zugrunde gelegen haben dürfte beide Male das deutsche Wort ‚Stelle', zumal ‚Position' weder in den Tagebüchern noch in der *Abhandlung* auftaucht.

„we might always use the *definiens* instead, and thus wholly dispense with the *definiendum*."[36] So gesehen besagt der erste Satz des zitierten Paragraphen nichts Geringeres, als dass jenes Merkmal, welches alle Sätze, in denen dasselbe Argument an verschiedenen Stellen vorkommt, gemein haben, auch unter logischer Analyse nicht zum Verschwinden gebracht werden kann. Insbesondere misslingt der Versuch, das Identitätszeichen zu diesem Zweck zu verwenden; zwar führt die Ersetzung von Sätzen der Form $\phi(a, a)$ durch solche der Form $\phi(a, b).a = b$ dazu, dass die Argumentstellen der Funktion ϕ neu durch verschiedene Argumentzeichen besetzt sind, dafür kommt an der ersten und dritten sowie an der zweiten und vierten Stelle des Gesamtausdrucks ($\phi(\sqcup_1, \sqcup_2).\sqcup_3 = \sqcup_4$) je dasselbe Zeichen vor. Was ist nun dieses Merkmal, in das Wittgenstein zunächst ein – vermutlich bloß heuristisches – Misstrauen gesetzt hatte, das sich dann zerstreuen ließ?

Es ist für Sätze der Umgangssprache nicht ungewöhnlich, dass in ihnen derselbe Ausdruck mehrfach in derselben Bedeutung vorkommt. Linguisten nennen das Phänomen Rekurrenz.[37] Obschon es im normalen Sprachgebrauch üblich ist, durch den Einsatz entsprechender Pronomen wortwörtliche Wiederholungen zu vermeiden, ist sein gelegentliches Auftreten eine sprachliche Trivialität; jeder kompetente Sprecher versteht den Satz ‚Narziss liebt Narziss'. Für die Logik indes ist nicht jede Art der Wiederholung von Belang; gewisse rhetorische Repetitionen zum Beispiel (‚Sokrates, Sokrates hat am Leben gelitten!') dürften nicht zu jenen Fällen gehören, die Wittgenstein vor Augen hatte. (Um die relevanten Fälle von irrelevanten abzugrenzen, wird es nützlich sein, das intendierte Merkmal *logische* Rekurrenz zu nennen.) Ohnehin scheint er sich weniger für Beispiele als für das semiotische Prinzip, das dem Auftreten von Rekurrenz zugrundeliegt, interessiert zu haben; dieses wird in Paragraph B27 der *Notes on Logic* explizit erwähnt: „It is to be remembered that names are not things, but classes: ‚A' is the same letter as ‚A'. This has the most important consequences for every symbolic language." [38] Wären Namen – oder ganz generell Zeichen – Dinge, könnten sie nicht zur selben Zeit an verschiedenen Orten auftreten. Ein und dasselbe Zeichen aber kann in einem anderen Zeichen mehrfach vorkommen; das Zeichen selbst ist nichts anderes als die Klasse seiner Vorkommnisse.[39]

---

36 PM1: 12.

37 Der Terminus meint in der Linguistik freilich viel mehr als nur die „referenzidentische Wiederholung lexikalischer Einheiten" (vgl. Bussmann 2008: 580).

38 In seine Endauswahl wird Wittgenstein nur die mittlere Aussage aufnehmen, dort allerdings in einer allgemeineren Formulierung, welche meine Lesart von B27 rechtfertigt: „‚A' ist dasselbe *Zeichen* [meine Kursivsetzung] wie ‚A'" (3.203).

39 Im Gegensatz zu Potter 2009: 64 glaube ich nicht, dass hier Peirces Unterscheidung von *type* und *token* die relevante ist, sondern jene zwischen Zeichen und Vorkommnis. Ein Beispiel zur

Der deutsche Stenograph in Birmingham soll, als ihm Wittgenstein den Satz „A' ist derselbe Buchstabe wie ‚A" diktierte, sinngemäß bemerkt haben: Nun ja, das jedenfalls ist wahr.[40] So trivial jenes Prinzip auch erscheinen mag, seine grundlegende Bedeutung für die Funktionsweise logischer Notationssysteme sollte nicht außer Acht gelassen werden. Tradiert wurde es zumeist in seiner prohibitiven Wendung: Innerhalb eines gegebenen Umfelds muss die Bedeutung eines rekurrenten Zeichens stets dieselbe bleiben, ansonsten droht die *fallacia equivocationis*.[41] Von Interesse ist aber auch die spezielle Ausprägung, die das Prinzip beim Gebrauch von gebundenen Variablen erfährt; beispielsweise ist ‚$(\exists x, y).\phi x.\psi y$' (im System der *Principia*) nicht gleichwertig zu ‚$(\exists x).\phi x.\psi x$', zu ‚$(\exists x).\phi x : (\exists x).\psi x$' dagegen schon. Bei Variablen spielt es offenbar eine Rolle, ob ihr wiederholtes Vorkommen innerhalb ein und desselben Quantorbereichs geschieht oder nicht. Allerdings scheinen die beiden zuletzt zitierten Paragraphen aus den Birmingham *Notes* nicht von Variablen zu handeln, sondern von rekurrenten Namen; dass es sich hierbei jedoch nicht um Namen im gewöhnlichen Sinne handeln kann, ist daran zu erkennen, dass Wittgenstein die Ausdrücke ‚$\phi(a, a)$' und ‚$\phi(a, b).a = b$' für gegenseitig ersetzbar hält. Dies geht deutlicher noch aus einer Parallelstelle zu B29 im ersten Kriegstagebuch hervor:[42]

> Es ist ja klar, dass ‚aRa' gleichbedeutend wäre mit ‚$aRb.a = b$'. Man kann also den Scheinsatz ‚$a = b$' durch eine ganz analysierte Notation zum Verschwinden bringen.

Wären ‚a' und ‚b' Namen im gewöhnlichen Sinne, wäre es zumindest nicht offensichtlich, dass die beiden aufgeführten Ausdrücke gleichbedeutend sind. (In einem System, das nicht-logische Konstanten enthielte, wäre ‚$\phi(a, a). \supset . \phi(a, b).a = b$' keine logische Wahrheit.)

Gleich zu Beginn der Birmingham *Notes* stellt Wittgenstein klar, dass er Namen zu den undefinierbaren Zeichen zählt; Zeichen, deren Bedeutung durch eine Definition festgelegt wurde, – Abkürzungen definiter Beschreibungen z. B. – fallen

---

Veranschaulichung: Im komplexen Zahlzeichen ‚2011' – wobei hier ein *type* und nicht ein *token* gemeint ist – sind zwei Vorkommnisse des Grundzeichens ‚1' (*type*) enthalten. Es sei zudem am Rande bemerkt, dass Wittgensteins Gegenvorschlag zu Russells Typentheorie auf einem ebenso basalen Prinzip beruht; analog formuliert lautet es: Kein Zeichen kann in sich selbst vorkommen (vgl. B76, C46).

40 Vgl. McGuinness 2002: 257 (Kap. 22).

41 Welches das relevante Umfeld ist, bestimmt die Anwendung. Geht es um die Gültigkeit eines Schlusses, müssen rekurrente Konstanten in Prämissen und Konklusion dieselbe Bedeutung haben; betrachtet man ganze Theorien, wird die Gesamtheit der darin enthaltenen Sätze relevant etc.

42 TB 1979: 19 (27.10.14).

als Namen deshalb außer Betracht.[43] Nur wenige Zeilen weiter heißt es dann, es könne nie das gemeinsame Merkmal zweier Gegenstände ausdrücken, dass wir sie mit demselben Namen bezeichnen, zumal Namen willkürlich seien und deshalb andere an ihrer Stelle gewählt werden könnten. Hidé Ishiguro hat solche Zeichen treffend als ‚dummy names' charakterisiert; in ihrem nach wie vor bemerkenswerten Aufsatz ‚Use and Reference of Names' schreibt sie: „to say ‚$(\exists x)fx.x = a$' comes to the same as ‚an object is f'."[44] Das ist der Grund, weshalb es für Wittgenstein so klar sein konnte, dass ‚$aRb.a = b$' nichts über ‚aRa' hinaus sagt; es ist ebenso klar wie die Tatsache, dass ‚$(\exists x).\phi(x, x). \equiv . (\exists x, y).\phi(x, y).x = y$' im System der *Principia* eine logische Wahrheit ist. Wenn nun ‚ϕa', da ‚a' bloß ein dummy name ist, dasselbe aussagt wie ‚$(\exists x).\phi x$' und zugleich, wie die im April 1914 aufgezeichneten *Notes dictated to Moore* ausdrücklich festhalten[45], dasselbe wie ‚$(\exists x).\phi x.x = a$', dann liegt der Schluss nahe, dass der im letzten Ausdruck enthaltene Identitätssatz nichts zur Aussage beiträgt und sich entsprechend in einer ganz analysierten Notation vollständig zum Verschwinden bringen lassen müsste. Dies wiederum fasst Wittgenstein (im Tagebucheintrag, aus dem eben zitiert wurde) als Beweis dafür auf, dass ‚$x = y$' überhaupt keine Satzform ist, und daher unmöglich zu jenen Formen gehören kann, die am Ende des Analysevorgangs übrig bleiben werden.

Im Herbst 1913 haben ihn seine Gedankenläufe indes noch nicht so weit getragen. Der zweite Satz von B29 macht zwar deutlich, dass es, um logische Rekurrenz darzustellen, keines eigenen Zeichens für die Identität bedarf;[46] und am

43 Zumindest wird in den *Notes on Logic* der Namensbegriff nicht auf definierte Zeichen angewandt; seine Ausweitung auf Sätze – d. h. auf komplexe Zeichen, die einen Sinn ausdrücken – wird ausdrücklich abgelehnt. Erst viel später, im zweiten Kriegstagebuch, wird Wittgenstein fragen: „Gebe ich diesem Buch einen Namen ‚N' und rede nun von N, ist nicht das Verhältnis von N zu jenem ‚zusammengesetzten Gegenstand', zu jenen Formen und Inhalten *wesentlich* dasselbe, welches ich mir zwischen Namen und einfachem Gegenstand dachte?" (TB 1979: 60 (14.6.15)); und er wird zum vorläufigen Schluss kommen, dass es durchaus möglich ist, das Symbol eines Komplexes durch eine Definition in einen Namen zusammenzufassen, der wie ein wirklicher behandelt werden kann, der also einfach ist (vgl. TB 1979: 69 (21.6.15)). Letztlich aber wird der großzügige Gebrauch des Begriffs wieder rückgängig gemacht (vgl. Satz 3.24 der *Abhandlung*, wo im Vergleich zur ursprünglichen Stelle im Eintrag vom 21.6.15 ‚Name' durch ‚Satzelement' ersetzt wurde).

44 Ishiguro 1969: 44.

45 Vgl. TB 1979: 117.

46 Den zweiten Satz von B29 losgelöst vom ersten lesend, glaubt Potter hier schon den Kerngedanken zur späteren Streichung des Identitätszeichens aus der Begriffsschrift und der damit einhergehenden Anpassung der Variablennotation zu erblicken (vgl. Potter 2009: 208); ich bin eher der Meinung, dass der zweite Satz ursprünglich – wie oben ausgeführt – als Bekräftigung des

Ende des zweiten aus Skjolden verschickten Briefs an Russell steht angemerkt, es werde sich womöglich herausstellen, dass ‚$(\exists x).x = \text{L.W.}$' keinen Sinn[47] (‚no meaning') hat.[48] Gleichzeitig aber versucht Wittgenstein fieberhaft, seine ab-Notation auf jene Sätze der *Principia* auszuweiten, in denen das Zeichen der Identität vorkommt. Denn sollte ihm das gelingen, wäre vielleicht eine Antwort gefunden auf das – wie er in einem anderen Brief aus dieser Zeit schreibt – Grundproblem der Logik: „Wie muss ein Zeichensystem beschaffen sein, damit es jede Tautologie AUF EINE UND DIESELBE WEISE als Tautologie erkennen lässt?"[49]

III. Die Frage nach der Beschaffenheit eines solchen Zeichensystems ist für Wittgenstein deshalb grundlegend, weil er glaubt, das Merkmal, durch welches sich logische Sätze von den anderen abheben, darin entdeckt zu haben, dass sich an ihrem Zeichen allein erkennen lässt, dass sie wahr (bei Tautologien) bzw. dass sie falsch (bei Kontradiktionen) sind. In einem geeigneten Zeichensystem müssten sich demnach Tautologien und Kontradiktionen als Grenzfälle der Zeichenverbindung[50] erweisen – zumindest wenn man annimmt, dass das Wesen des Satzes in seiner Bipolarität, d. i. seinem Wahr-oder-falsch-sein, besteht. Auf dieser Annahme beruht auch die in den *Notes on Logic* eingeführte ab-Schreibweise; dort heißt es: „a proposition has two *poles*, corresponding to the case of its truth and

---

ersten gedacht war. Er stellte sich dann als eine jener Bemerkungen heraus, von denen Wittgenstein erst später – in diesem Fall spätestens am 27. Oktober 1914 – sah, *wie* wahr sie sind.

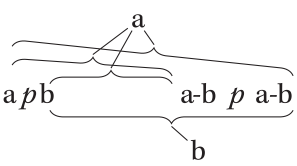
47 Russell hat bei seiner Übersetzung der Birmingham *Notes* ‚meaning' für das ursprüngliche deutsche Wort ‚Bedeutung' verwendet (vgl. insbes. B34, 37). Wenn Wittgenstein dagegen das Wort ‚meaning' (in Briefen oder in seinen Diktaten an Moore) braucht, muss es nicht zwingend ‚Bedeutung' meinen; er verwendet es manchmal auch in derselben Bedeutung wie ‚sense', so z. B. hier: „The question whether a proposition has sense (*Sinn*) can never depend on the *truth* of another proposition about a constituent of the first. E. g., the question whether $(x)x = x$ has meaning (*Sinn*) can't depend on the question whether $(\exists x)x = x$ is *true*" (TB 1979: 117).

48 Vgl. WC 2008: 51 (Br. 26). Es stellt sich hier indes die Frage, ob die aufgestellte Vermutung nicht weniger auf Identitäts- als vielmehr auf Existenzsätze gerichtet ist. Das Identitätszeichen wird zwar, u. a. in den *Principia*, dazu verwendet, solche zu bilden (mehr dazu wurde bereits in der früheren Arbeit gesagt); diese Verwendung ist ihm aber nicht wesentlich, sondern es handelt sich um ein – wie Wittgenstein für den 11. November 1914 in sein Tagebuch notieren wird – Sich-heraus-schwindeln, bei dem das Identitätszeichen nur aufgrund seiner logischen Merkmale eingesetzt wird. Wittgensteins Meinung in Bezug auf Existenzsätze scheint im Herbst 1913 allerdings nicht gefestigt; in einem anderen Brief an Russell qualifiziert er ‚$(\exists x).x = x$' als Satz der Physik und siedelt ihn somit im Gebiet des Sagbaren an (vgl. WC 2008: 56 (Br. 30)).

49 WC 2008: 57 (Br. 30).

50 So wird es Wittgenstein erst in der *Abhandlung* (4.466) formulieren.

the case of its falsehood“ (C13).[51] Demgemäß führt Wittgenstein – anstatt für einen beliebigen elementaren Satz lediglich ‚*p*‘ hinzuschreiben – die Schreibung ‚a *p* b‘ ein, wobei die äußeren Buchstaben die beiden Pole des Satzes darstellen sollen. Die Negation von ‚a *p* b‘ geschieht durch das Voranstellen neuer Pole, die den alten jeweils entgegengesetzt, mit ihnen aber verbunden sind: ‚b-a *p* b-a‘; analog werden wahrheitsfunktionale Verbindungen mehrerer Sätze durch die Verbindung ihrer Pole mit den zwei neuen Polen des resultierenden Satzes hergestellt, z. B. so:



Insgesamt sind vierzehn Kombinationen dieser Art möglich; im Beispiel hier ist der b-Pol des zusammengesetzten Satzes einzig mit den b-Polen der beiden Teilsätze verbunden. Fasst man den b-Pol generell als jenen Pol auf, welcher der Falschheit des Satzes entspricht, ergibt sich für den zusammengesetzten Satz, dass er nur dann falsch ist, wenn es die beiden Teilsätze sind; das kommt – zumindest den Wahrheitsbedingungen nach[52] – dem Ausdruck ‚$p \lor \sim p$‘ im System der *Principia* gleich.

In einem weiteren Schritt wird zudem die Transitivität der Polverbindungen festgesetzt; im obigen Beispiel ist der b-Pol des zusammengesetzten Satzes daher über den dazwischen gelagerten b-Pol mit dem inneren a-Pol von ‚b-a *p* b-a‘ verbunden. Letzterer ist indes nichts anderes als der a-Pol von ‚a *p* b‘; der b-Pol des zusammengesetzten Satzes ist folglich nicht nur mit dem b-Pol sondern auch mit dem a-Pol des Satzes ‚a *p* b‘ verbunden. Wie ein Satz nicht zugleich wahr und falsch sein kann, so sind Verbindungen entgegengesetzter Pole desselben Satzes unmöglich. Zeichen, deren b-Pol wie im obigen Beispiel *nur* mit Polpaaren bestehend aus entgegengesetzten Polen desselben Satzes verbunden ist, erweisen sich so als Tautologien; Zeichen, für welche dasselbe in Bezug auf ihren a-Pol gilt,

51 Vgl. zur Bipolarität ferner die Paragraphen C30 und C37. Für das Folgende sind die Paragraphen B25, C34 und C43 relevant.

52 Auf Russells Frage, weshalb er von ab-Funktionen spreche und nicht die in den *Principia* gewählte Bezeichnung, nämlich ‚truth-functions‘, beibehalte, antwortet Wittgenstein, es lasse sich jetzt (d. i. im Herbst 1913) noch nicht entscheiden, ob seine ab-Funktionen dieselben seien wie Russells truth-functions (vgl. WC 2008: 50, 52 (Br. 26, 27)). Hier dürfte er (u. a.) die noch nicht vollständig durchgeführte Erweiterung der ab-Funktionen auf nicht-elementare Sätze im Sinn gehabt haben.

als Kontradiktionen. Das ist die allgemeine Regel, nach der sich in der ab-Schreibweise logische Sätze als solche erkennen lassen.[53] Die festgesetzte Transitivität der Polverbindungen, dergemäß die äußeren Pole eines zusammengesetzten Satzes nicht bloß mit den äußeren Polen seiner Teilsätze, sondern auch mit weiter innen liegenden Polen verbunden sind, dient also zuerst der Darstellung des Umstandes, dass (und wie) die Wahrheitsbedingungen des zusammengesetzten Satzes von den Wahrheitsmöglichkeiten der in ihm enthaltenen atomaren Sätze abhängt.[54] Sie hängt aber auch mit dem Bestreben zusammen, eine Bezeichnungsweise zu finden, die gleichwertigen Zeichen ein und dieselbe Schreibung zuordnet; in den *Notes on Logic* heißt es dazu:[55]

> If *p* = not-not-*p* etc., this shows that the traditional method of symbolism is wrong, since it allows a plurality of symbols with the same sense; and thence it follows that, in analyzing such propositions, we must not be guided by Russell's method of symbolizing.

Zwar scheinen sich auf den ersten Blick die ab-Schreibungen für ‚*p*' und ‚~~*p*' ebenfalls wesentlich zu unterscheiden; da die Polverbindungen transitiv und damit für den Sinn des Zeichens lediglich die Verbindungen der äußersten mit den innersten Polen relevant sind, lässt sich ‚a-b-a *p* b-a-b' jedoch auf ‚a-a *p* b-b' zurückführen, was wiederum keinen anderen Sinn ausdrückt als ‚a *p* b'.[56]

Wie Wittgenstein gegenüber Russell zugibt, ist die Geltung der Regel zur Erkennung von Tautologien zunächst auf elementare Sätze – d. h. auf Sätze, die keine scheinbaren Variablen enthalten[57] – beschränkt; ob die ab-Schreibweise

53 Wittgenstein formuliert die Regel erstmals im vierten Brief an Russell aus Skjolden (vgl. WC 2008: 53 (Br. 28)); im darauffolgenden Brief gibt er, nicht ohne Russell dafür zu tadeln, die Regel nicht verstanden zu haben, ein Anwendungsbeispiel (vgl. WC 2008: 57 (Br. 30)).

54 Vgl. hierzu Paragraph C33 der *Notes on Logic*. Die dortigen ‚atomic propositions' entsprechen im Jargon der *Principia* elementaren Propositionen, die logisch einfach – d. h. nicht aus einfacheren Propositionen wahrheitsfunktional zusammengesetzt – sind. Wittgenstein wird solche Propositionen später Elementarsätze nennen (siehe Anm. 57). Es sei zudem darauf hingewiesen, dass in den *Notes on Logic* nirgends davon die Rede ist, dass ein zusammengesetzter Satz atomare Sätze *enthalte*; was ein Satz enthält (‚contain') – oder äquivalent: was in ihm vorkommt (‚occur') – sind seine Bestandteile, d. s. Namen und Formen. In den *Notes dictated to Moore* wird dann auch explizit ausgesagt, dass kein Satz in einem anderen als dessen Bestandteil vorkommen kann (vgl. TB 1979: 116). Wenn hier trotzdem von Sätzen, die in anderen enthalten sind, die Rede ist, dann nur in einem harmlosen Sinne.

55 B26; vgl. hierzu auch B22, und ferner B15 und C20, B18 und C12 sowie B54.

56 Vgl. B25 sowie Brief 26 in WC 2008: 50.

57 Vgl. PM1: 95 f., 132. Propositionen (besser gesagt: Sätze), die wie ‚Sokrates ist sterblich' Namen für komplexe Gegenstände – d. h. definite Beschreibungen bzw. Abkürzungen solcher – enthalten, wird auch in den *Principia* das Attribut ‚elementar' abgesprochen (vgl. PM1: 47), weil sie seinen Anforderungen an ein ideales Zeichensystem auch in ihrer ganzen Allgemeinheit gerecht wird, ist damit also keineswegs entschieden. Die Erweiterung der ab-Schreibweise auf das nicht-elementare Gebiet ist bereits in den *Notes on Logic* vorgezeichnet; es werden dort für ‚$(x).\phi x$' und ‚$(\exists x).\phi x$' die ab-Schreibungen ‚a-(x)-a ϕx b-($\exists x$)-b' und ‚a-($\exists x$)-a ϕx b-(x)-b' angegeben. Wendet man das beschriebene Verfahren der wahrheitsfunktionalen Verbindung nun auf diese Zeichen an, zeigt sich, dass obige Regel für eine Vielzahl von Verbindungen aufrecht erhalten werden kann (siehe Anhang A). Für den Satz ‚$(x).\phi x. \vee .(\exists x).{\sim}\phi x$' beispielsweise – im System der *Principia* zweifellos Ausdruck einer logischen Wahrheit – ergibt die Betrachtung der in ihm enthaltenen Teilsätze, d. s. in ihrer ab-Schreibung ‚a-(x)-a ϕx b-($\exists x$)-b' und ‚a-($\exists x$)-a-b ϕx a-b-(x)-b', dass der b-Pol des zusammengesetzten Satzes einzig mit den b-Polen der Teilsätze verbunden ist und diese Verbindung, wenn man transitiv ihrem Pfad nach innen folgt, letztlich zu entgegengesetzten Polen desselben Satzes führt:[58]

$$\text{b}\left\langle\begin{array}{l}\text{b-}(\exists x)\text{-b }\phi x\\ \text{b-}(x)\text{-b-a }\phi x\end{array}\right.$$

Für einen bestimmten Typ zusammengesetzter Sätze (Typ 5 in Anhang A) aber versagt Wittgensteins ab-Schreibweise. Ein Vertreter dieses Typs ist der Satz ‚${\sim}(\exists x).\phi x. \vee .(x).\phi x$'; überführt man ihn in seine ab-Schreibung, ergibt sich, dass der b-Pol des zusammengesetzten Satzes, wie bei einer Tautologie, nur mit entgegengesetzten Polen desselben Satzes verbunden ist: über die Verbindung b-a-($\exists x$)-a mit dem a-Pol von ‚ϕx' und über die Verbindung b-($\exists x$)-b mit dessen b-Pol. Freilich ist dieser Satz kein logischer, da er – semantisch gesprochen – falsch ist, wenn nicht alle, aber doch einige x ϕ sind, und wahr, wenn keine oder alle x ϕ sind.

– das hat Russells Analyse definiter Beschreibungen gezeigt – scheinbare Variablen enthalten; als Beispiele elementarer Propositionen werden ‚this is red' und ‚this is painful' genannt, wobei ‚this' jeweils auf etwas sinnlich Gegebenes referieren soll (vgl. PM1: 52). Die Verwandtschaft mit dem Begriff des Elementarsatzes aus der *Abhandlung* ist nicht zu übersehen (vgl. insbesondere 3.24 und 6.3751); der wesentliche Unterschied indes besteht darin, dass Elementarsätze voneinander logisch unabhängig sind (4.211), während in den *Principia* wahrheitsfunktionale Verbindungen elementarer Propositionen elementar bleiben (vgl. PM1: 96).

58 Hierbei gilt es zu beachten, dass ‚a-(∃x)-b-a ϕx b-a-(x)-b' nicht die korrekte ab-Schreibung für ‚$(\exists x).{\sim}\phi x$' ist. Wesentlich an der ab-Schreibung für Sätze der Form ‚$(\exists x).\phi x$' ist nämlich, dass der Existenzquantor links vom a-Pol des inneren Ausdrucks steht; im obigen Beispiel ist das der Ausdruck ‚${\sim}\phi x$'. Das wurde in Lampert 2003 übersehen.

Um das Problem zu lösen, hätte Wittgenstein eine Verschärfung seiner Regel in Betracht ziehen können; dabei wäre er nicht umhin gekommen, die stipulierte Transitivität so anzupassen, dass nicht mehr nur die Verbindung der äußersten mit den innersten Polen, sondern nunmehr auch das Vorkommen der Quantoren inmitten der Polabfolge sinnrelevant würde.[59] Da in der ab-Schreibweise für elementare Sätze ursprünglich keine Quantoren vorgesehen waren, hätte ihn dies jedoch genötigt, zur allgemeinen Erkennung von Tautologien zwei, eigentlich verschiedene Regeln aufzustellen: die bereits gegebene für das elementare und eine erweiterte Version davon für das nicht-elementare Gebiet. Als System, das jede Tautologie *auf eine und dieselbe Weise* als solche erkennen lässt, hätte die so erweiterte ab-Schreibweise kaum gelten können. Darüber hinaus hätte eine erweiterte Regel Sätze vom selben Typ wie ‚$(\exists x).\phi x. \vee .{\sim}(x).\phi x$‘ (Typ 3 in Anhang A) als Tautologien ausweisen müssen, und dies, obwohl der b-Pol dieses Satzes ganz ähnlich dem des eben betrachteten Satzes (vom Typ 5) mit a- und b-Pol desselben inneren Ausdrucks verbunden ist.[60] Ferner: Dass ‚$(\exists x).\phi x. \vee .{\sim}(x).\phi x$‘, ‚$(\exists x).\phi x. \vee .(\exists x).{\sim}\phi x$‘ und die anderen Sätze dieses Typs im System der *Principia* als logische Wahrheit gelten, verrät die Annahme, dass es etwas gibt und nicht nichts.[61] Diese Annahme ist dort durch die Definition der Identität verbürgt, welche es erlaubt über *13·1·15 und *9·1 $\vdash .(\exists x).x = x$ abzuleiten.[62] Wittgenstein wird zu Beginn der Kriegstagebücher die Möglichkeit von Existenzsätzen und die Verwendung des Identitätszeichens, um solche zu bilden, in Frage stellen; es könnten ihn also Beobachtungen zur ab-Schreibweise dazu veranlasst haben.

Anstatt seine ab-Schreibweise durch eine Verschärfung der gegebenen Regel zur Erkennung von Tautologien auf das nicht-elementare Gebiet auszuweiten, schlägt Wittgenstein im ersten von zwei umfangreichen, im November und / oder Dezember 1913 verfassten Briefen an Russell vorerst einen anderen Ausweg vor:[63]

59 Das wurde in Lampert 2003: 191 richtig erkannt.

60 Das gemeinsame Muster in den Verbindungen der b-Pole von ‚${\sim}(\exists x).\phi x. \vee .(x).\phi x$‘ und ‚$(\exists x).\phi x. \vee .{\sim}(x).\phi x$‘ ließe sich etwa so darstellen:

$$\mathrm{b} \begin{array}{l} \mathrm{b}\text{-}(\lambda x)\text{-}\mathrm{b} \\ \mathrm{b}\text{-}(\lambda x)\text{-}\mathrm{a} \end{array}$$

Im Gegensatz zu anderen Tautologien kommt jeweils in beiden Verbindungsästen derselbe Quantor – im ersten Fall ‚$(\exists x)$‘, im zweiten ‚(x)‘ – vor.

61 Unter Rückgriff auf Definition *9·03 lässt sich $\vdash: (x).\phi x. \supset .(\exists x).\phi x$ aus der Anwendung von Axiom *9·13 auf Axiom *9·1 ableiten. (Die Wahl von ‚x‘ anstelle von ‚z‘ im *consequens* ändert die Bedeutung in keiner Weise (vgl. hierzu PM1: 17).)

62 Vgl. Büchi 2014: 124.

63 WC 2008: 53 (Br. 28).

> Of course the rule I have given applies first of all only for what you called elementary prop[osition]s. But it is easy to see that it must also apply to all others: For consider your two Pps [= primitive propositions] in the Theory of app[arent] var[iable]s *9·1 and *9·11. Put there instead of ϕx, $(\exists y).\phi y.y = x$ and it becomes obvious that the special cases of these two Pps like those of all the previous ones become tautologous if you apply the ab-Notation. The ab-Notation for Identity is not yet clear enough to show this clearly but it is obvious that such a Notation can be made up.

Dass er gerade diese beiden Axiome – $\vdash: \phi x. \supset .(\exists z).\phi z$ und $\vdash: \phi x \ \vee \ \phi y. \supset .(\exists z).\phi z$ – als Ausgangspunkt nimmt, ist kein Zufall; sie sind es, die gemäß der Methode in Kapitel *9 der *Principia Mathematica* den Übergang von der elementaren Stufe zu den Sätzen erster Ordnung vollziehen.[64] Die Methode besteht im Wesentlichen darin, wahrheitsfunktionale Verknüpfungen, an denen nicht-elementare Sätze beteiligt sind, auf Verallgemeinerungen von Verknüpfungen elementarer Sätze zurückzuführen. Dies geschieht durch eine Reihe von Definitionen zu Beginn des Kapitels, deren zwei hier exemplarisch aufgeführt seien:[65]

$$(\exists x).\phi x. \vee .p := .(\exists x).\phi x \ \vee \ p \text{ Df.} \tag{*9·05}$$

$$(x).\phi x. \vee .(\exists y).\psi y :=: (x) : (\exists y).\phi x \ \vee \ \psi y \text{ Df.} \tag{*9·07}$$

Darauf aufbauend liefern Russell und Whitehead die Beweise dafür, dass sich ‚$(x).\phi x$‘ und ‚$(\exists x).\phi x$‘ in Ableitungen gleich verhalten wie ‚ϕx‘, d. h. dass wahrheitsfunktionale Verknüpfungen auf der nicht-elementaren Stufe denselben Gesetzen unterworfen sind wie auf der elementaren.[66] Wenn Wittgenstein nun in seinem zweiten umfangreichen Brief an Russell den vorherigen mit den Worten rekapituliert, alle Sätze der Logik seien Verallgemeinerungen von Tautologien und alle Verallgemeinerungen von Tautologien seien Sätze der Logik, *tertium non datur*, dann liegt die Annahme nicht fern, dass er seinen Ausweg entlang denselben Linien wie Russell und Whitehead in *9 plante – nur in umgekehrter Richtung.[67]

Wittgenstein schlägt also vor, den Antecedens des Axioms *9·1, d. i. ‚ϕx‘, durch den Ausdruck ‚$(\exists y).\phi y.y = x$‘ und jenen des Axioms *9·11, d. i. ‚$\phi x \ \vee \ \phi y$‘, *mutatis*

64 Vgl. PM1: 136.
65 PM1: 136; die anderen Definition sind *9·03·04·06·08. Analog sind die Negationen von ‚$(x).\phi x$‘ und ‚$(\exists x).\phi x$‘ in *9·01·02 definiert.
66 Vgl. PM1: 138 – 42.
67 Vgl. WC 2008: 56 (Br. 30). Gregory Landini weist in seinem Buch über Wittgensteins Lehrjahre bei Russell ebenfalls auf diesen Zusammenhang hin (vgl. Landini 2007: 116 – 8); die Aussage, wonach Wittgensteins Vorschlag in Bezug auf *9·1·11 Russells und Whiteheads Vorgehen quasi auf den Kopf stelle, findet sich bei Landini allerdings nicht.

mutandis durch den Ausdruck ‚$(\exists y).\phi y.y = x. \vee .(\exists x).\phi x.x = y$' zu ersetzen; ausformuliert ergäbe das:

$$\vdash: (\exists y).\phi y.y = x. \supset .(\exists z).\phi z \qquad (*9{\cdot}1')$$
$$\vdash: .(\exists y).\phi y.y = x. \vee .(\exists x).\phi x.x = y :\supset .(\exists z).\phi z \qquad (*9{\cdot}11')$$

Der wesentliche Unterschied zu den ursprünglichen Axiomen besteht natürlich darin, dass in den Antecedentia keine elementaren Sätze mehr, sondern solche mit scheinbaren Variablen vorkommen; es stellt sich daher sofort die Frage, wie die veränderten Axiome die Scharnierfunktion ihrer Vorlagen jetzt noch ausüben sollen. Die Antwort ist, dass es überhaupt keines Scharniers bedarf, da die elementaren Sätze Quantoren und die an sie gebundenen Variablen bereits in sich tragen; nur so lässt sich nämlich erklären, dass ‚ϕx' durch ‚$(\exists y).\phi y.y = x$' ersetzbar ist, oder, wie Wittgenstein es Moore gegenüber sagen wird, dass ‚$(\exists x).\phi x.x = a. \equiv .\phi a$' eine Tautologie ist.[68] Die Ahnung, wonach schon im Elementarsatz alle logischen „Konstanten" enthalten sind, ist ein wichtiges Glied innerhalb jener Denkbewegung, die er später seinen Grundgedanken nennen wird; Brian McGuinness hat das in seinem berühmten Aufsatz ‚The *Grundgedanke* of the *Tractatus*' meisterlich dargelegt.[69] Anstatt also wie Russell und Whitehead wahrheitsfunktionale Verknüpfungen nicht-elementarer Sätze auf elementare Verknüpfungen herunterzuführen, hebt Wittgenstein – sich auf die Gleichwertigkeit des Elementarsatzes ‚ϕx' mit dem quantorenhaltigen ‚$(\exists y).\phi y.y = x$' stützend – gleichsam die elementare Stufe auf die nächsthöhere.[70]

Wenn nun aber kein tiefer logischer Graben das elementare Gebiet von den verallgemeinerten Sätzen trennt, dann müsste es doch möglich sein *ein* Zeichensystem anzugeben, das jede logische Wahrheit – ob sie der alten Auffassung nach dem elementaren Gebiet zuzurechnen ist oder außerhalb davon liegt – einheitlich als solche erkennen lässt. Gleichwohl ist sich Wittgenstein bewusst, dass seine ab-Schreibweise in Bezug auf die Sätze *9·1'·11' nicht hinreicht; deshalb unterlässt er es in der zitierten Briefstelle, von *ihnen* zu sagen, sie seien offen-

68 Vgl. TB 1979: 117. Auch in den *Principia* gilt ‚$(\exists y).y = x.\phi y. \equiv .\phi x$' als logische Wahrheit (*13·195).

69 Vgl. McGuinness 2002/1974. Äusserungen dieser Ahnung finden sich an vielen Stellen in Wittgensteins Schriften und bereits sehr früh in Briefen (vgl. u. a. WC 2008: 30, 35 (Br. 2, 6); Paragraph C15 der *Notes on Logic*; TB 1979: 117; Tagebucheinträge vom 5.11.14 und 13.7.16; 5.47 in der *Abhandlung*).

70 Man könnte auch, wie es oft getan wird, sagen, Wittgenstein hebe die Verzweigung der Typenhierarchie auf und vertrete somit eine einfache Typentheorie. Dass sich ein solches Urteil als vorschnell erweisen würde, ist bereits in Büchi 2014: 130 (Anm. 71) nachgewiesen worden.

sichtlich tautologisch. Vorerst führt sein Ausweg über ihre Spezialfälle, zumal sich auf diese das bewährte ab-Verfahren ohne Regelverschärfung anwenden lassen müsste. Sonach würde sich, ob ein verallgemeinerter Satz eine logische Wahrheit ist, dadurch erweisen, dass all seine Spezialfälle Tautologien sind; im Fall von *9·1' wären das vermutlich Sätze wie ‚$\phi a.a = b. \supset .\phi a$' oder ‚$\phi a.a = b. \supset .\phi b$'. Um über die Tautologizität solcher Sätze befinden zu können, wäre Wittgenstein auf die ab-Schreibung von Sätzen angewiesen, in denen das Zeichen der Identität vorkommt; bis dahin ist es ihm jedoch nicht gelungen, eine solche anzugeben. Obgleich er sich zuversichtlich gibt, eine geeignete Notation für die Identität finden zu können, muss er sein Misslingen auch im zweiten umfangreichen Brief an Russell einräumen. Fast schon resigniert schreibt er zehn Tage vor Weihnachten 1913 an Russell: „Die Frage nach dem Wesen der Identität lässt sich nicht beantworten, ehe das Wesen der Tautologie erklärt ist."[71]

IV. Als Moore an Ostern 1914 zu Besuch in Skjolden war, sprach Wittgenstein mit ihm unter anderem über die ab-Notation; aber zu dem, was er einige Monate zuvor noch als das Grundproblem der Logik betitelt hatte, findet sich in Moores Aufzeichnungen nichts. Einzig dort, wo gesagt wird, die Angabe der Wahrheitsbedingungen von ‚$(\exists x).\phi x.x = a$' und ‚ϕa' mache es ersichtlich, dass ihre Verknüpfung durch ‚$\equiv$' eine Tautologie ergebe, lässt sich eine Verbindung zum Grundproblem herstellen: Indem er behauptet, die ab-Notation würde zum selben Ergebnis führen, nur auf klarere Weise, scheint Wittgenstein das Zuhandensein einer ab-Schreibung für den Satz ‚$(\exists x).\phi x.x = a$' zu implizieren.[72] Das freilich wäre einem beachtlichen Schritt hin zur Lösung des Grundproblems gleichgekommen und es würde erstaunen, wenn Wittgenstein dies so *en passant* erwähnt hätte, ohne den geringsten Hinweis zu geben, wie eine solche Schreibung ausgesehen haben könnte; jedenfalls ist keine besondere ab-Schreibung für die Identität überliefert. Überhaupt findet sich im gesamten überlieferten Textmaterial nach den *Notes dictated to Moore*[73] weiter kein Wort zur ab-Notation, was umso problematischer erscheint, als der skizzierte Ausweg über die Spezialfälle allgemeiner Sätze kaum als die endgültige Lösung zum Grundproblem der Logik angesehen werden kann. Wie hätte die Prüfung auf logische Wahrheit etwa für den Fall, dass

71 WC 2008: 61 (Br. 32).
72 Vgl. TB 1979: 117.
73 In einigen Tagebucheinträgen ist allerdings von ab-Funktionen sowie von ihren Zeichen die Rede (vgl. u. a. TB 1979: 34, 37); und in der *Abhandlung* (nicht aber im *Prototractatus*) wird die graphische Verknüpfungsmethode der ab-Schreibweise (nur) für elementare Sätze eingeführt, wenn auch bei anderer Bezeichnung der Pole (vgl. 6.1203). Allfällige Bemerkungen in späteren Texten sind nicht berücksichtigt.

ein allgemeiner Satz mehr als endlich viele Spezialfälle unter sich versammelt, zu erfolgen? Vor allem käme die Eigenschaft, Satz der Logik zu sein, sonach nur allgemeinen Sätzen zu, und dies auch noch auf sekundäre, von der Tautologizität ihrer elementaren Spezialfälle abgeleitete Weise. Dem aber stehen Wittgensteins fortwährende Bemühungen um eine Vereinigung der beiden Gebiete entgegen, die unter anderem eine neue Auffassung logischer Sätze nach sich ziehen.[74] War er im Herbst 1913 noch Russells Auffassung[75], dergemäß logische Sätze nur Variablen und logische Konstanten enthalten, treu geblieben, zählen in den *Notes dictated to Moore* nicht mehr nur Verallgemeinerungen von Tautologien zu den Sätzen der Logik, sondern auch diese Tautologien selbst – Sätze also, in deren PM-Schreibung keine Quantoren, dafür aber in ihrer vollständig analysierten Schreibung Namen, d. h. außerlogische Urzeichen, vorkommen.[76]

Es ist daher zu vermuten, dass Wittgenstein weiterhin den Entwurf eines Notationssystems suchte, das die einheitliche Erkennung logischer Sätze – auf welcher Stufe im System der *Principia* sie auch immer einzuordnen gewesen wären – allein an ihrer Schreibung gewährleisten sollte. Spuren dieser Suche finden sich bereits im ersten Kriegstagebuch, dessen zweite Hälfte hauptsächlich von allgemeinen Sätzen handelt; dort steht auch dieser bemerkenswerte Abschnitt über die Schreibung der Allgemeinheit in den *Principia:*[77]

> Wollten wir dasjenige, welches wir durch ‚$(x).\phi x$' ausdrücken, durch das Vorsetzen eines Index vor ‚ϕx' ausdrücken, etwa so ‚Alg.ϕx', es würde nicht genügen (wir wüssten nicht, was verallgemeinert wurde).
>
> Wollten wir es durch einen Index am ‚x' anzeigen, etwa so $\phi(x_A)$, es würde auch nicht genügen (wir wüssten auf diese Weise nicht den Bereich der Allgemeinheit).
>
> Wollten wir es durch Einfüllen einer Marke in die leeren Argumentstellen versuchen, etwa so ‚$(A, A).\psi(A, A)$', es würde nicht genügen (wir könnten die Identität der Variablen nicht feststellen).

74 Stellen, die solche Bemühungen belegen, finden sich (u. a.) in den Tagebucheinträgen vom 30.10.14, 31.10.14, 11.7.16 und 7.1.17 (vgl. TB 1979: 21, 22, 76, 91).
75 Vgl. z. B. Russell 1911: 287. Ausführlicheres hierzu findet sich in Büchi 2014.
76 Vgl. TB 1979: 109.
77 TB 1979: 18. Der Abschnitt wurde mit einigen Änderungen in die *Abhandlung* aufgenommen (4.0411); insbesondere die Zusammenfassung der beiden ersten Absätze zu einem einzigen in der *Abhandlung* erscheint mir bedeutsam: so werden Eigenschaften der Allgemeinheitsbezeichnung, die erst in mehrstelligen Ausdrücken auftreten, deutlicher von den anderen abgetrennt. Bedeutsam ist sicherlich auch, dass im letzten Absatz nunmehr von der ‚notwendigen mathematischen Mannigfaltigkeit' – und nicht wie hier von den ‚notwendigen logischen Eigenschaften' – die Rede ist; darauf kann hier jedoch nicht weiter eingegangen werden.

> Alle diese Bezeichnungsweisen genügen nicht, *weil sie nicht die notwendigen logischen Eigenschaften haben*. Alle jene Zeichenverbindungen vermögen den gewünschten Sinn – auf die vorgeschlagene Weise – nicht abzubilden.

Die erste Betrachtung erinnert an eine Stelle in den *Notes on Logic*, wo das Wesentliche einer korrekten ‚apparent-variable notation' darin gesehen wird, dass sie einen Satztyp erwähnt und anzeigt, welche Bestandteile bei Sätzen dieses Typs konstant bleiben (C49). (Bekanntlich lässt sich im System der *Principia* nicht nur das Argument einer Funktion erster Ordnung verallgemeinern, sondern auch diese Funktion selbst sowie solche höherer Ordnung.) Das Unterfangen, die Allgemeinheit durch Indizierung der zu variierenden Bestandteile anzuzeigen, schafft jedoch nur vermeintlich Abhilfe, zumal es bereits an der Negation einfachster Sätze scheitert; am Ausdruck ‚$\sim\phi x_A$' lässt sich nicht ohne weitere Anweisung erkennen, ob sich der Bereich der indizierten Variablen über das Negationszeichen hinaus erstreckt (wie in ‚$(x).\sim\phi x$') oder ob er umgekehrt (wie in ‚$\sim(x).\phi x$') ganz im Bereich des Negationszeichens enthalten ist. Die zweite Betrachtung deckt sich zudem mit dem früheren Befund, wonach es bei scheinbaren Variablen eine Rolle spielen kann, ob ihr wiederholtes Vorkommen innerhalb ein und desselben Quantorbereichs geschieht oder nicht. Die Schwierigkeit mit der Negation ließe sich zwar durch den Einsatz gebundener Marken, die den Bereich der Allgemeinheit in Bezug auf die Argumentstellen anzeigen, überwinden; ‚$(A).\sim\phi(A)$' und ‚$\sim(A).\phi(A)$' können innere und äußere Negation distinktiv ausdrücken. Gerade aber um Rekurrenz anzuzeigen bedarf es mehr als einer bloßen Bereichsangabe anhand gebundener und die Argumentstellen besetzender Marken; es muss sich die – wie man in Anlehnung an Frege sagen könnte[78] – Verwandtschaft der Argumentstellen abbilden lassen.

Im Notationssystem der *Principia* wird die Verwandtschaft von Argumentstellen durch das mehrfache Vorkommen einer scheinbaren Variablen im Bereich des sie bindenden Quantors abgebildet; so sind etwa die Argumentstellen der beiden Funktionen in ‚$(\exists x).\phi x : (\exists x).\psi x$' nicht verwandt, obwohl durch Vorkommnisse einer Variablen ‚x' besetzt. Über Freges Gebrauch des Wortes hinausgehend könnte man jetzt auch von den Variablenvorkommnissen selbst sagen, sie seien verwandt, wenn sie verwandte Stellen besetzen, und nicht verwandt, wenn sie nicht verwandte Stellen besetzen. Verwandtschaft unter Variablen wäre dann insofern eine logische Erscheinung, als sie die Bedingungen für die Wahrheit des Satzes, in dem sie auftritt, beeinträchtigt; um das frühere Beispiel erneut aufzunehmen: Bedeuten ‚a' und ‚b' verschiedene Gegenstände, so impliziert die

78 Vgl. Frege 1893: 8, 13.

Wahrheit von ‚$\phi a.\psi b$' die Wahrheit von ‚$(\exists x).\phi x : (\exists x).\psi x$', nicht aber jene von ‚$(\exists x).\phi x.\psi x$'; oder um es in Wittgensteins Worten zu sagen: Nicht alle Spezialfälle des ersten Satzes sind zugleich Spezialfälle des zweiten. Wo hingegen verschiedene Variablen im Schnittbereich ihrer Quantoren vorkommen, fehlen Beeinträchtigungen dieser Art; im System der *Principia* ist ‚$\phi a.\psi a$' ein Spezialfall von ‚$(\exists x, y).\phi x.\psi y$'. Das hat eine gewisse Redundanz zur Folge, die sich unter anderem darin zeigt, dass ‚$(\exists x).\phi x$', ‚$(\exists x, y).\phi x.\phi y$', ‚$(\exists x, y, z).\phi x.\phi y.\phi z$' etc. alle gleichwertig sind. Im entscheidenden Tagebucheintrag zur Identität erwägt Wittgenstein eine Änderung dieser Variablenschreibweise, welche, indem sie das Gefälle zwischen dem rekurrenten Gebrauch derselben und dem Einsatz verschiedener Variablen in Bezug auf die Beeinträchtigung der Wahrheitsbedingungen aufheben, zugleich auch jene Redundanz beseitigen würde; für den 29. November 1914 notiert er:[79]

> Ich glaube, man könnte das Gleichheitszeichen ganz aus unserer Notation entfernen und die Gleichheit immer nur durch die Gleichheit der Zeichen (u. u.) andeuten. Es wäre dann freilich $\phi(a, a)$ kein spezieller Fall von $(x, y).\phi(x, y)$ und ϕa keiner von $(\exists x, y).\phi x.\phi y$. Dann aber könnte man statt $\phi x.\phi y \ \supset_{x,y} \ x = y$ einfach schreiben $\sim(\exists x, y).\phi x.\phi y$.
>
> Durch diese Notation verlören auch der Scheinsatz $(x)\ x = a$ oder ähnliche allen Schein von Berechtigung.

Sätze wie ‚$\phi a.\psi a$' wären nun keine Spezialfälle von ‚$(\exists x, y).\phi x.\psi y$' mehr und die Variablenvorkommnisse an den Argumentstellen der Funktionen gleichsam aneinander gekoppelt – fast wie Verwandte, nur auf entgegengesetzte Weise; man könnte sie einander fremd nennen. Das Fehlen jeglicher Kopplung, wie es zuvor auch bei Vorkommnissen verschiedener Variablen im Schnittbereich ihrer Quantoren auftreten konnte, scheint nur noch zwischen abgetrennten[80] Vor-

79 TB 1979: 34.

80 Abgetrennt nenne ich zwei Vorkommnisse genau dann, wenn (i) nicht beide im Schnittbereich ihrer Quantoren liegen und (ii) falls das eine Vorkommnis im Quantorbereich des anderen zu liegen kommt, kein zum zweiten verwandtes Vorkommnis im Quantorbereich des ersten liegt. Beispielsweise sind die beiden Vorkommnisse an den Argumentstellen von ‚$(x) : \phi x. \supset .(\exists y).\psi y$' abgetrennt und daher einander nicht fremd, obwohl die zweite Variable im Bereich der ersten vorkommt (was der schwach exklusiven Interpretation von Variablen entspricht, siehe Anm. 81). Nicht abgetrennt sind dagegen das erste Vorkommnis von ‚x' und jenes von ‚y' in ‚$(\exists x) : \phi x. \supset .(y).\chi(x, y)$'; man könnte sogar sagen, dass sie auf eine durch die Verwandtschaft der beiden von ‚x' besetzten Stellen vermittelte Weise einander fremd sind, so wie man auch in einem übertragenen Sinne von den Variablen selbst (und nicht bloß von ihren Vorkommnissen) sagen könnte, sie seien fremd oder abgetrennt, je nachdem, ob es ihre Vorkommnisse sind.

kommnissen, etwa in ‚$(\exists x).\phi x : (\exists y).\psi y$' oder ‚$(x) : \phi x. \supset .(\exists y).\psi y$', möglich zu sein.[81]

Von hier aus lässt sich bequem auf jene frühe Stelle der *Notes on Logic* zurücksehen, wo der tiefe Zusammenhang von Identität und Rekurrenz erstmals zum Thema geworden war: Die Gleichwertigkeit von ‚$(\exists x).\phi(x, x)$' und ‚$(\exists x, y).\phi(x, y).x = y$' zeigt, dass das Identitätszeichen dazu verwendet werden kann, Verwandtschaft zu vermitteln, wo sie zuvor nicht vorhanden war; sie zeigt außerdem, dass dies wiederum nur durch den Einsatz unvermittelter Verwandtschaft, d. i. durch logische Rekurrenz, gelingt. Einen Schritt weiter geht Wittgenstein in der ebenfalls zitierten Parallelstelle dazu, wenn er daraus die Möglichkeit ableitet, reine Identitätssätze durch eine, wie er sagt, vollständig analysierte Notation zum Verschwinden zu bringen. Zwar ist damit die spätere Streichung des Zeichens für die Identität bereits angedeutet, nicht aber wie der Verlust an Ausdruckskraft zu kompensieren wäre, der sich ohne wesentliche Änderung der bestehenden Notation daraus ergäbe; denn ohne Identitätszeichen lässt sich die negative Kopplung scheinbarer Variablen, ihre Fremdschaft, im System der *Principia* nicht ausdrücken. Zueinander fremde Variablen braucht es, sobald von verschiedenen Gegenständen die Rede ist, so z. B. wenn der Umstand, dass die *Abhandlung* einen Autor und nicht zwei hat, durch einen Satz der Form ‚$(\exists x).\phi x : \sim(\exists x, y).\phi x.\phi y.x \neq y$' ausgedrückt wird. In solchen Sätzen ist die Fremdschaft der Variablen – wie in ‚$(\exists x, y).\phi x.\phi y.x = y$' ihre Verwandtschaft – vermittelt durch das Identitätszeichen; die Möglichkeit, vermittelte Fremdschaft durch die semiotische Aktivierung einer der Rekurrenz analogen Erscheinung zu ersetzen, lag da auf der Hand, zumal sich hierfür das in der alten Notation ungenutzt belassene Vorkommen verschiedener Variablen im Schnittbereich ihrer Quantoren anbot.

Einen Weg, auf dem Wittgenstein hätte zur Überzeugung gelangen können, dass dank seiner neuen Variablenschreibweise die Ausdruckskraft des Systems trotz Streichung des Identitätszeichens erhalten bleibe, hat Roger White in seinem

---

81 Da ich keine Gründe für eine gegenteilige Annahme sehe, gehe ich davon aus, dass die im Eintrag vom 29.11.14 erwogene Änderung – wenn auch weniger detailliert ausgeführt – dem Vorschlag in der *Abhandlung* entspricht. Jaakko Hintikka hat Wittgensteins Vorschlag in den 5.53er Sätzen eine exklusive Interpretation von Variablen genannt und sie der üblichen, die er inklusiv nennt, entgegengesetzt (vgl. Hintikka 1956: 226). Weiter unterscheidet er darin eine schwache von einer starken Variante der exklusiven Interpretation und schreibt Wittgenstein – m. E. zu Recht – erstere zu (230; für eine ausführlichere Begründung, vgl. Rogers/Wehmeier 2012: 549 ff.), obgleich Juliet Floyd zugestimmt werden muss, wenn sie sagt, die Bemerkungen in der *Abhandlung* erschienen ihr als zu ungenau, um die Frage nach der richtigen Lesart allein anhand dieser Bemerkungen zu entscheiden (vgl. Floyd 2001: 163).

Aufsatz ‚Wittgenstein on Identity' nachgezeichnet;[82]er führt über die Analyse definiter Beschreibungen in Identitätssätzen. Den ersten (publizierten) Nachweis, dass Wittgenstein damit Recht hatte, lieferte Hintikka in seinem frühen Aufsatz ‚Identity, Variables, and Impredicative Definitions'.[83] Die Gelegenheit, das Identitätszeichen aus seinem Entwurf einer idealen Notation zu streichen, ohne an Ausdruckskraft einzubüßen, hat Wittgenstein sicherlich dankbar ergriffen, zumal sich Scheinsätze wie ‚$a = b$' so nicht einmal mehr hinschreiben ließen und ferner auch die Frage nach einer Definition der Identität wegfiel. Gleichwohl sehe ich die Streichung des Identitätszeichens nicht als einzigen – ja nicht einmal als vorrangigen – Beweggrund für die angestoßene Änderung der Variablenschreibweise; meines Erachtens hat sich jene Änderung beim Versuch, die ab-Schreibweise auf das gesamte nicht-elementare Gebiet auszuweiten – wozu freilich die Suche nach einer ab-Notation für die Identität gehörte –, in einer noch zu bestimmenden Weise als zweckmäßig erwiesen. Da wir das Ende schon fast erreicht haben, lässt sich der vermutete Beweggrund indes bloß andeutungsweise bestimmen.

Betrachten wir zuerst nur jene Sätze im System der *Principia*, die bis und mit Kapitel *10 behandelt werden und weder wirkliche Variablen für Individuen noch scheinbare für Funktionen enthalten. (Aus heutiger Sicht würden wir dieses Fragment die einstellige Prädikatenlogik erster Stufe ohne freie Variablen nennen.) Keiner dieser Sätze enthält, nachdem er gemäß Wittgensteins Änderungsvorschlag umgeschrieben[84] worden ist, verschiedene scheinbare Variablen, die zusammen im Schnittbereich ihrer Quantoren vorkommen; an zwei Beispielen illustriert: ‚$(\exists x, y).\phi x.\psi y$' wird zu ‚$(\exists x).\phi x.(\exists y).\psi y$' und ‚$(x) : .(\exists y) : \phi x. \vee .\psi y$' zu ‚$(x) : \phi x. \vee .(\exists y).\psi y$' umgeschrieben. Die Bereiche werden durch die Umschreibung so verengt, dass zumindest einige jener Quantoren, deren Bereiche sich überlappten, nun getrennt dastehen; dieser Trennungsprozess lässt sich durch eine im Anschluss daran erfolgende Anwendung der weiter oben erwähnten Definitionen

82 Dass Wittgenstein einen Begriff von der Ausdruckskraft logischer Sprachen hatte, geht aus den *Notes dictated to Moore* deutlich hervor (vgl. TB 1979: 108 f.).

83 Ähnliche Ausführungen finden sich auch in Notizen Ramseys, die Zeit seines kurzen Lebens unveröffentlicht geblieben waren (vgl. Ramsey 1991: 155 – 69; das gesamte Material ist frei zugänglich auf http://www.library.pitt.edu/libraries/special/asp/ramsey.html).

84 Es ist ein eigentümlicher Zug der vorgeschlagenen Änderung, dass sie äußerlich, am Zeichenmaterial, unerkannt bleibt; jeder in Wittgensteins Sinn umgeschriebene Ausdruck lässt sich zugleich auch als wohlgeformtes Element im System der *Principia* auffassen und umgekehrt lassen sich die Ausdrücke in PM-Schreibung exklusiv, d. h. im Sinne Wittgensteins, lesen – außer freilich die reinen Identitätssätze, welche für ihn keine eigentlichen Sätze sind. Es ist also nicht ungerechtfertigt, Wittgensteins Variablenschreibweise – wie Hintikka es tut (siehe Anm. 81) – als eine spezielle Lesart von Variablen aufzufassen.

aus *9 (oder ähnlicher Verfahren) so weit fortführen, dass letztlich keine Bereichsüberlappungen mehr übrig bleiben und die Zeichen für wahrheitsfunktionale Verknüpfungen gerade noch dort im Bereich eines Quantors auftreten, wo es die Erscheinung logischer Rekurrenz erforderlich macht;[85] auf die Beispiele angewandt, führt das zu ‚$(\exists x).\phi x : (\exists y).\psi y$' und zu ‚$(x).\phi x. \vee .(\exists y).\psi y$'. Von hier aus scheint es kein weiter Schritt mehr bis zu einem Verfahren, das – wie die Wahrheitstafelmethode für die Aussagenlogik – die Berechnung der Wahrheitsbedingungen eines wahrheitsfunktional zusammengesetzten Satzes aus den Wahrheitsmöglichkeiten seiner Glieder erlaubt. Was für Wittgenstein wohl eine Ahnung[86] geblieben ist, konnte Heinrich Behmann 1922 vorweisen: ein Entscheidungsverfahren für die einstellige Prädikatenlogik erster Stufe, basierend auf einer Rückführung, die David Hilbert und Paul Bernays zwölf Jahre später im ersten Band ihrer *Grundlagen der Mathematik* treffend als ‚Zerlegung in Primärformeln' bezeichnen sollten.[87]

Für Wittgenstein stand wohl außer Frage, dass zumindest prinzipiell ein Zeichensystem möglich sein musste, das die Erkennung jedes logischen Satzes als solchen aufgrund eines einheitlich geregelten Verfahrens erlaubt; die Idee einer neuen Variablenschreibweise könnte ihm als wichtigen Zwischenschritt dorthin erschienen sein. Wie wir aber seit 1936 wissen, ist ein allgemeines Entscheidungsverfahren für die Gesamtheit der Sätze erster Ordnung unmöglich. Willard Van Quine sieht den Grund dafür unter anderem in der Möglichkeit rekurrierender Argumente bei mehrstelligen Funktionen: „What evidently gives general quantification theory its escape velocity is the chance to switch or fuse the variable attached to a predicate letter, so as to play ‚*Fyx*' or ‚*Fxx*' against ‚*Fxy*'."[88] Die Verschmelzung gebundener Variablen an den Argumentstellen einer dyadischen Funktion bewirkt in Wittgensteins Schreibweise nicht bloß eine Verengung der Menge an Spezialfällen, wie das zuvor noch der Fall war, sondern – bildlich ge-

85 Später, in dem ab Februar 1929 verfassten Manuskriptband 105, wird Wittgenstein fragen, ob bei allgemeinen Sätzen der Mathematik Rekurrenz auftritt: „Kann die mathematische Allgemeinheit überhaupt anders auftreten als in unmittelbarer Verbindung mit dem Gleichheitszeichen? D. h. kann es Sätze geben von der Art $(x).(\exists y)f_1(x,y) \;\vee\; f_2(x,y)$ [in korrekter PM-Schreibung: $(x):(\exists y).f_1(x,y) \;\vee\; f_2(x,y)$] wo der Bereich der Allgemeinheit notwendig über die Disjunktion ausgedehnt werden müsste und der Satz nicht in eine Wahrheitsfunktion allgemeiner Gleichungen aufzulösen wäre?" (Wi1: 168)

86 Dessen ungeachtet halte ich es für wahrscheinlich, dass sich eine Regel zur Erkennung von Tautologien im monadischen Fragment der Prädikatenlogik erster Stufe für Wittgensteins ab-Notation hätte angeben lassen.

87 Vgl. Hilbert/Bernays 1968: 145 – 7. In Quine 1945 ist ein ähnliches Verfahren leicht verständlich dargelegt und mit Beispielen veranschaulicht.

88 Quine 1981: 162.

sprochen – einen Feldwechsel; unter den Spezialfällen von ‚$(x, y).\phi(x, y)$' ist jetzt kein Spezialfall von ‚$(x).\phi(x,\ x)$' mehr, d. h. die Sätze sind voneinander logisch unabhängig. Auch das Vertauschen zweier Variablen im Schnittbereich ihrer Quantoren hat nicht dieselben Auswirkungen; z. B. schließt der Satz ‚$(x, y).\phi(x, y)\ \supset\ {\sim}\phi(y,\ x)$' nicht mehr aus, dass ϕ an manchen Stellen reflexiv ist. Trifft Quines Einschätzung zu, ist daher zu vermuten, dass Wittgensteins Änderung der Variablenschreibweise es erforderlich machen würde, die Grenzen zwischen entscheidbaren und nicht-entscheidbaren Fragmenten der mehrstelligen Prädikatenlogik erster Stufe neu zu ziehen. Dem nachzugehen, wäre aber die Aufgabe einer ganz anderen Arbeit.

Anhang A – Zur ab-Notation

(∃*x*). *ϕx*. ∨. (*x*). *ϕx* b ①: b-(*x*)-b / b-(∃*x*)-b	(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(∃*x*). *ϕx* b ②: b-(*x*)-b / b-a-(∃*x*)-a	(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). *ϕx* b ③: b-(*x*)-b / b-a-(*x*)-a	(∃*x*). *ϕx*. ∨. (∃*x*). ~*ϕx* b ③: b-(*x*)-b / b-(*x*)-b-a
(∃*x*). *ϕx*. ∨. (*x*). ~*ϕ*x b ②: b-(*x*)-b / b-(∃*x*)-b-a	(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(∃*x*). ~*ϕx* b ①: b-(*x*)-b / b-a-(∃*x*)-a-b	(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ④: b-(*x*)-b / b-a-(*x*)-a-b	(*x*). *ϕx*. ∨. ~(∃*x*). *ϕx* b ⑤: b-(∃*x*)-b / b-a-(∃*x*)-a
(*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). *ϕx* b ⑥: b-(∃*x*)-b / b-a-(*x*)-a	(*x*). *ϕx*. ∨. (∃*x*). ~*ϕx* b ⑥: b-(∃*x*)-b / b-(*x*)-b-a	(*x*). *ϕx*. ∨. (*x*). ~*ϕx* b ⑤: b-(∃*x*)-b / b-(∃*x*)-b-a	(*x*). *ϕx*. ∨. ~(∃*x*). ~*ϕx* b ⑦: b-(∃*x*)-b / b-a-(∃*x*)-a-b
(*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ①: b-(∃*x*)-b / b-a-(*x*)-a-b	~(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). *ϕx* b ⑧: b-a-(∃*x*)-a / b-a-(*x*)-a	~(∃*x*). *ϕx*. ∨. (∃*x*). ~*ϕx* b ⑧: b-a-(∃*x*)-a / b-(*x*)-b-a	~(∃*x*). *ϕx*. ∨. (*x*). ~*ϕx* b ⑨: b-a-(∃*x*)-a / b-(∃*x*)-b-a
~(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(∃*x*). ~*ϕx* b ⑤: b-a-(∃*x*)-a / b-a-(∃*x*)-a-b	~(∃*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ②: b-a-(∃*x*)-a / b-a-(*x*)-a-b	~(*x*). *ϕx*. ∨. (∃*x*). ~*ϕx* b ⑩: b-a-(*x*)-a / b-(*x*)-b-a	~(*x*). *ϕx*. ∨. (*x*). ~*ϕx* b ⑧: b-a-(*x*)-a / b-(∃*x*)-b-a
~(*x*). *ϕx*. ∨. ~(∃*x*). ~*ϕx* b ⑥: b-a-(*x*)-a / b-a-(∃*x*)-a-b	~(*x*). *ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ③: b-a-(*x*)-a / b-a-(*x*)-a-b	(∃*x*). ~*ϕx*. ∨. (*x*). ~*ϕx* b ⑧: b-(*x*)-b-a / b-(∃*x*)-b-a	(∃*x*). ~*ϕx*. ∨. ~(∃*x*). ~*ϕx* b ⑥: b-(*x*)-b-a / b-a-(∃*x*)-a-b
(∃*x*). ~*ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ③: b-(*x*)-b-a / b-a-(*x*)-a-b	(*x*). ~*ϕx*. ∨. ~(∃*x*). ~*ϕx* b ⑤: b-(∃*x*)-b-a / b-a-(∃*x*)-a-b	(*x*). ~*ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ②: b-(∃*x*)-b-a / b-a-(*x*)-a-b	~(∃*x*). ~*ϕx*. ∨. ~(*x*). ~*ϕx* b ①: b-a-(∃*x*)-a-b / b-a-(*x*)-a-b

Unter Berücksichtigung der Transitivität sind in obiger Liste zehn Typen von Polverbindungen auszumachen:

b ①: b-(*x*)-b / b-(∃*x*)-b	b ②: b-(*x*)-b / b-(∃*x*)-a	b ③: b-(*x*)-b / b-(*x*)-a	b ④: b-(*x*)-b / b-(*x*)-b	b ⑤: b-(∃*x*)-b / b-(∃*x*)-a
b ⑥: b-(∃*x*)-b / b-(*x*)-a	b ⑦: b-(∃*x*)-b / b-(∃*x*)-b	b ⑧: b-(∃*x*)-a / b-(*x*)-a	b ⑨: b-(∃*x*)-a / b-(∃*x*)-a	b ⑩: b-(*x*)-a / b-(*x*)-a

Sätze vom Typ ②, ③ und ⑥ sind Tautologien.

Anhang B – Korrespondenztabelle

	S.; §	
93; C20–28	98; C1–13	103; B32–38
94; C29–36	99; C14-B10	104; B39–44
95; C37–42	100; B11–16	105; B45–52
96; C43-B1	101; B17–23	106; B53–67
97; B2–9	102; B24–31	107; B68–77

Für jede Seite des in TB 1979 (App. I, 93–107) abgedruckten Texts der *Notes on Logic* sind gemäß Nummerierung in Potter 2009 (siehe Anm. 7) die Nummern der entsprechenden Paragraphen, die auf dieser Seite beginnen, angegeben.

Literatur

Büchi, Romain: Identität und Typentheorie bei Wittgenstein, in: Wittgenstein-Studien 5/2014.

Brun, Georg: Die richtige Formel. Philosophische Probleme der logischen Formalisierung, 2. Ausg., Frankfurt am Main 2004.

Bussmann, Hadumod: Lexikon der Sprachwissenschaft, 4. Ausg., Stuttgart 2008.

Floyd, Juliet: Number and Ascriptions of Number in Wittgenstein's *Tractatus*, in: Floyd, Juliet / Shieh, Sanford (Hrsg.): Future Pasts, Oxford 2001.

Frege, Gottlob: Grundgesetze der Arithmetik, Bd. 1, Jena 1893.

Hilbert, David / Bernays, Paul: Grundlagen der Mathematik, Bd. 1, 2. Ausg., Berlin 1968.

Hintikka, K. Jaakko J.: Identity, Variables, and Impredicative Definitions, in: The Journal of Symbolic Logic 21/1956.

Ishiguro, Hidé: Use and Reference of Names, in: Winch, Peter (Hrsg.): Studies in the Philosophy of Wittgenstein, London 1969.

Kang, Jinho: The Road to the *Tractatus*. A Study of the Development of Wittgenstein's Early Philosophy, Ph. D. diss. (Harvard University), Cambridge (Mass.) 2004.

Lampert, Timm: Grundlagen der Logik und Mathematik. Der Standpunkt Wittgensteins, in: Löffler, Winfried / Weingartner, Paul (Hrsg.): Papers of the 26th International Wittgenstein Symposium 3–9 August 2003. Wissen und Glauben – Knowledge and Belief, Kirchberg am Wechsel 2003.

Landini, Gregory: Wittgenstein's Apprenticeship with Russell, Cambridge 2007.

Linsky, Bernard: The Evolution of Principia Mathematica. Bertrand Russell's Manuscripts and Notes for the Second Edition, Cambridge 2011.

Ludlow, Peter: Descriptions, in: Zalta, Edward N. (Hrsg.): The Stanford Encyclopedia of Philosophy, Winter 2011 Ausg., 2011 (http://plato.stanford.edu/archives/win2011/entries/descriptions/)

McGuinness, Brian: Approaches to Wittgenstein. Collected Papers, London 2002.

–: The *Grundgedanke* of the *Tractatus*, in: McG. (Hrsg.): Approaches to Wittgenstein, London 2002/1974.

–: Young Ludwig. Wittgenstein's Life 1889–1921, Oxford 2005.

Potter, Michael: Wittgenstein's Notes on Logic, Oxford 2009.
Quine, W. V.: On the Logic of Quantification, in: The Journal of Symbolic Logic 10/1945.
–: On the Limits of Decision, in: Quine (Hrsg.): Theories and Things, Cambridge 1981.
Ramsey, Frank P.: Notes on Philosophy, Probability and Mathematics, hrsg. v. Maria Galavotti, Napoli 1991.
Rogers, Brian / Wehmeier, Kai: Tractarian First-Order Logic: Identity and the N-Operator, in: The Review of Symbolic Logic 5/2012.
Russell, Bertrand: The Principles of Mathematics, New York 1903.
–: On Denoting, in: Mind 14/1905.
–: L'importance Philosophique de la Logistique, in: Revue de Métaphysique et de Morale 19/1911.
–: Introduction to Mathematical Philosophy, London 1919.
Wahl, Russell: The Axiom of Reducibility, in: Russell: the Journal of Bertrand Russell Studies 31/2011.
Whitehead, Alfred North / Russell, Bertrand: Principia Mathematica, Bd. 1, Cambridge 1910 (zitiert: PM1).
Wright, Georg H. von (Hrsg.): A Portrait of Wittgenstein as a Young Man. From the Diary of David Hume Pinsent 1912–1914, Oxford 1990.